

конвективного типа ПКЭ-324 с существенным улучшением технических параметров выпускаемого ассортимента стеклоизделий для автотранспорта, железнодорожных машин, средств регулирования и управления транспортными потоками, как в России, так и в странах ближнего и дальнего зарубежья.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волотковский С.А. Типовой электропривод промышленных установок. – К.: Высшая школа, 1983.
2. Алексеев В.В., Козярук А.Е., Загривный Э.А. Электрические машины // СПГТИ им. Г.В. Плеханова, 2006.

И.А. ПОЛЕТАЕВ

ОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ПОЛИНОМАМИ В МОДЕЛЯХ САУ С ТРАНСПОРТНЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Рассматривается использование методов аппроксимации экспоненциальной функции рядами Маклорена, Паде и «золотого» предела с конечным числом элементов. Методы исследуются с целью избавиться от трансцендентного уравнения, возникающего в знаменателе передаточной функции САУ с запаздыванием. Показано, что такие методы обладают в реальных условиях низкой точностью.

В промышленности, и в народном хозяйстве в целом, во всем мире создано и создается достаточно много систем автоматического управления (САУ), в которых присутствует запаздывание. Если запаздывание постоянно, то его называют «чистым», или транспортным.

При построении моделей САУ с помощью передаточных функций (ПФ), используя операторное представление модели, звено с запаздыванием имеет вид: $e^{-\tau s}$. Структурная схема такой САУ представлена на рис. 1.

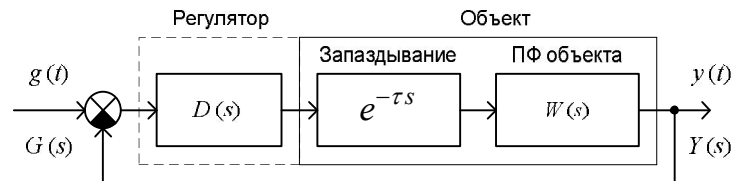


Рис. 1. Общая структурная схема САУ с транспортным запаздыванием

При синтезе и анализе регуляторов обычно используют методы, анализирующие полином знаменателя ПФ: характеристическое уравнение, по которому определяются полюсы передаточной функции. Запишем уравнение *разомкнутой* одноконтурной линейной системы с запаздыванием для общего случая:

$$a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x = ky(t - \tau) \quad (1)$$

и её ПФ:

$$W(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} \quad (2)$$

Из (2) следует, что наличие в одноконтурной разомкнутой системе запаздывающего звена не влияет на устойчивость разомкнутой системы, так как ПФ этого звена находится в числителе. Это означает – количество свободных составляющих остается таким же, как и для систем без запаздывания.

Теперь запишем передаточную функцию замкнутой автоматической системы:

$$\Phi(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n + ke^{-\tau s}} \quad (3)$$

Оно является трансцендентным и может иметь бесчисленное множество корней, следовательно, столько же свободных составляющих. Поэтому и возникает задача управления замкнутыми автоматическими системами с запаздыванием с использованием специальных приемов и методов.

Наиболее простым приемом является замена экспоненты разложением ее в ряд с использованием конечного числа слагаемых степенной функции, то есть в итоге получается полином конечной степени.

Наиболее широко известным и часто используемым является ряд Тейлора:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k \quad (4)$$

который приведён для функции f в точке a . В случае, если $a = 0$, этот ряд также называется рядом Маклорена.

Таким образом, экспоненту можно представить как полином, ограничившись конечным числом слагаемых с порядком n :

$$W_3(s) = e^{-\tau s} \approx \left[1 + \frac{\tau s}{1!} + \frac{(\tau s)^2}{2!} + \dots + \frac{(\tau s)^n}{n!} \right]^{-1} \quad (5)$$

Ограничившись $n=2, 3, 4$, получим приближённую замену звена с запаздыванием аperiodическими и колебательными звеньями:

$$1). n=2 \quad W_{M2}(s) = \frac{1}{1 + \tau \cdot s + \tau^2/2 \cdot s^2} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2T\xi s + 1}$$

– колебательное звено, при $T = \tau/\sqrt{2}$ и $\xi = 1/\sqrt{2}$.

Для дальнейшего сравнения в численном виде примем одинаковое $\tau=1$.

$$2). n=3 \quad W_{M3}(s) = \frac{1}{1 + \tau \cdot s + \tau^2/2 \cdot s^2 + \tau^3/6 \cdot s^3} =$$

$$= \frac{1}{(s + 1.596) \cdot (s^2 + 1.596s + 3.758)}$$

$$3). n=4 \quad W_{M4}(s) = \frac{1}{1 + \tau \cdot s + \tau^2/2 \cdot s^2 + \tau^3/6 \cdot s^3 + \tau/24 \cdot s^4} =$$

$$= \frac{1}{(s^2 + 0.542s + 6.348) \cdot (s^2 + 3.458s + 3.78)}$$

Большее количество слагаемых в ряде использовать нет смысла, так как существенно повышается степень полинома, что вызывает свои сложности.

Можно использовать разные методы, как анализа, так и синтеза САУ в целом и отдельных их звеньев. Полную информацию, наряду с простотой и наглядностью представления, дают амплитудно-фазовая характеристика, импульсная и переходная функции. Используем последнюю для сравнения этих трех звеньев с исходным звеном запаздывания.

Переходная функция, – реакция звена на единичное воздействие, – получается с использованием обратного преобразования Лапласа с предварительным домножением передаточной функции на $1/s$. Преобразование Лапласа широко используется в математике и есть в таких математических пакетах, как, например, Matcad.

Для звена с запаздыванием переходная функция представляет тот же график, что и единичная функция, но со сдвигом на τ . Для функций усеченного ряда Маклорена приведенные переходные функции имеют следующий вид.

$$1). n=2 \quad h_2(t) = 1 - e^{-t} \cdot \cos(t) - e^{-t} \cdot \sin(t)$$

$$2). n=3 \quad h_3(t) = [0.167 - 0.154 \cdot e^{-1.6t} - 0.0126 \cdot e^{-0.702t} \cos(1.081t) - 0.141 \cdot e^{-0.702t} \sin(1.81t)] / 0.167$$

3). $n=4$ Из-за большого объема формула не приводится.

По данным функциям, вместе с исходной, построены графики, приведенные на рис. 1.

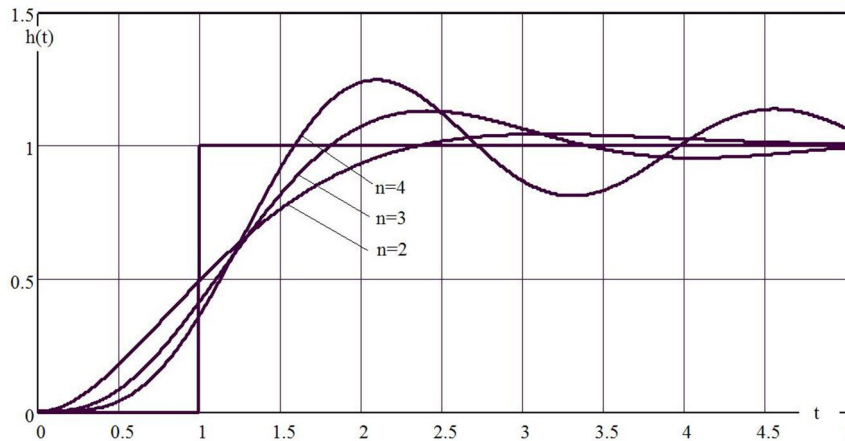


Рис. 2. Графики переходных функций усеченного ряда Маклорена при $\tau=1$

В соответствии с графиками точность аппроксимации полиномом Маклорена весьма низкая, и может использоваться только при создании регуляторов с низкими требованиями к их параметрам.

Другим способом приближенной аппроксимации является представление звена с запаздыванием в виде последовательного соединения n инерционных звеньев первого порядка с одинаковыми постоянными времени $T = \tau/n$. Это вытекает из определения экспоненты как «замечательного предела» $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n$, ограничивая количество звеньев значением n , получим:

$$W_3(s) = e^{-\tau s} \approx \left(\frac{\tau}{n} s + 1 \right)^{-n}$$

С увеличением значения n точность возрастает, и всегда можно определить такое n , при котором расхождение на определенном участке исходной и приближенной функций не превышает заданную погрешность [1]. Правда, чтобы получить приемлемую точность, обычно требуется очень большое количество аperiodических звеньев. В качестве примера используем $n=2, 4, 8$ при $\tau=1$. Для них переходные характеристики будут равны:

$$h_2(t) = 1 - e^{-t} - t \cdot e^{-t};$$

$$h_4(t) = 1 - e^{-t} - t \cdot e^{-t} - t^2/2 \cdot e^{-t} - t^3/6 \cdot e^{-t};$$

$$h_8(t) = 1 - e^{-t} - t \cdot e^{-t} - t^2/2 \cdot e^{-t} - t^3/6 \cdot e^{-t} - t^4/24 \cdot e^{-t} - t^5/120 \cdot e^{-t} - t^6/720 \cdot e^{-t} - t^7/5040 \cdot e^{-t}$$

Их графики представлены на рис. 3.

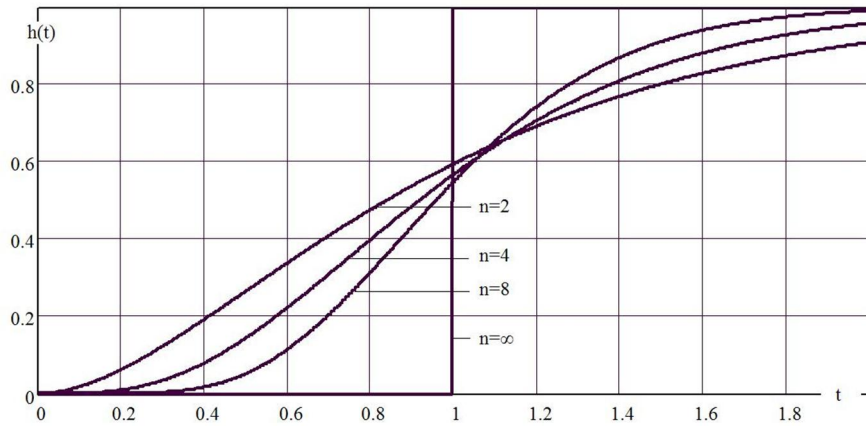


Рис. 3. Графики переходных функций последовательно соединенных апериодических звеньев

Еще один вариант полиномов, который стал широко использоваться в последнее время, – ряды Паде. Они применяются как для понижения порядка передаточной функции в общем случае [2], так и для аппроксимации звеньев с запаздыванием [3]. При этом экспонента заменяется дробной функцией с полиномами одинаковой степени в числителе и знаменателе. Обычно используются полиномы до четвертой степени включительно, для которых ниже указаны значения переходных функций:

$$1). n=1 \quad W_3(s) = e^{-\tau s} \approx (2 - \tau s)/(2 + \tau s), \quad h_1(t) = 1 - e^{-2t};$$

$$2). n=2 \quad W_3(s) \approx \frac{12 - 6\tau s + \tau^2 s^2}{12 + 6\tau s + \tau^2 s^2}, \quad h_2(t) = 1 - 4 \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-3t} \sin(\sqrt{3} \cdot t);$$

$$3). n=4 \quad W_3(s) \approx \frac{1680 - 840\tau s + 180\tau^2 s^2 - 20\tau^3 s^3 + \tau^4 s^4}{1680 + 840\tau s + 180\tau^2 s^2 + 20\tau^3 s^3 + \tau^4 s^4},$$

$$h_4(t) = 1 + 4.58 \cdot e^{-5.79t} \cos(1.73t) - 61.2 \cdot e^{-5.79t} \sin(1.73t) -$$

$$- 4.58 \cdot e^{-4.21t} \cos(5.31t) + 13.8 \cdot e^{-4.21t} \sin(5.31t)$$

Графики для рядов Паде приводятся на рис. 4.

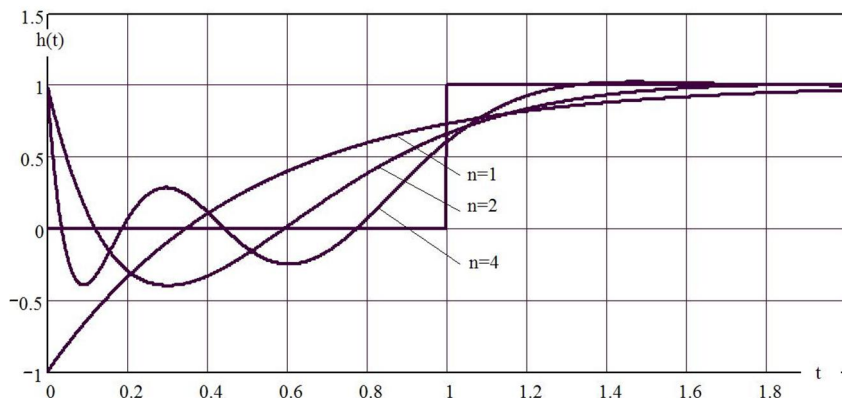


Рис. 4. Графики переходных функций, аппроксимирующие экспоненту рядами Паде

Судя по этим графикам, используя ряды Паде, амплитуда переходной функции может выходить в отрицательные значения, что для многих моделей САУ требует дополнительных ограничений. Более того, в первый момент подачи единичного воздействия значение выхода звена не равно нулю, что связано с равенством порядков полиномов числителя и знаменателя. Хотя область графика около момента перехода идеальной функции наиболее близка к исходной.

Из приведенных выше рассуждений следует, что использовать полиномы для замены экспоненциальной функции, – звена с запаздыванием, в большинстве случаев не рекомендуется. Это связано как с малой точностью аппроксимации, так и с возможным существенным повышением порядка полинома передаточной функции объекта, что вызывает дополнительные проблемы. Поэтому рекомендации, приводимые в литературе по аппроксимации полиномами, можно использовать только в простейших случаях при минимальных требованиях к системе управления объектами с запаздыванием, или в академических исследованиях.

Для управления линейными системами с транспортным запаздыванием, начиная с начала шестидесятых годов, разработано и разрабатывается много разнообразных методов, один из которых предлагается автором [4,5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Янушевский Р.Т. Управление объектами с запаздыванием. – М.: Наука, 1978. – 416 с.
2. Ишматов З.Ш. Микропроцессорное управление электроприводами и технологическими объектами. Полиномиальные методы: монография. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2007.

А.И. ХИТРОВ, А.А. ХИТРОВ

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИХ РЕШЕНИЙ В ЭЛЕКТРОПРИВОДАХ ГЛАВНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛИФТА

Рассматриваются структуры энергоэффективного управления лифтовыми и крановыми механизмами с применением рекуперативных блоков и матричных преобразователей

Сущность любого технологического процесса заключается в осуществлении целенаправленного массоэнергопереноса, который во многих случаях выполняется с использованием электроприводов рабочих машин.

Прогнозы ведущих специалистов в области электропривода свидетельствуют о том, что сохраняется тенденция все более широкого использования во всех сферах производства электродвигателей (ЭД) с системами частотного регулирования их скорости. Какова ситуация в лифтовом хозяйстве с точки зрения внедрения энергосберегающих технологий и путей их реализации?

В настоящее время в РФ находится в эксплуатации более 500000 лифтовых установок (в одной Москве более 100 тысяч) всевозможных исполнений, предназначений и сроков службы [1]. Износ до 30% имеет около 100 тысяч лифтов, от 30% до 60% – около 200 тысяч и столько же имеют износ более 60% или полностью выработали свой 25-летний ресурс. По данным Ростехнадзора РФ более половины лифтов нуждаются в модернизации или полной замене. Эти лифты из-за морального или физического износа уже не могут обеспечить достаточный уровень комфортности и безопасности. Необходимо проведение модернизации и внедрение новых систем управления лифтами. Прежде всего, это внедрение энергосберегающего частотного электропривода главного движения лифта (лебедки).

Какие преимущества дает внедрение преобразователей частоты (ПЧ) в механизмах передвижения кабины лифта?

Общезвестно, что внедрение ПЧ для регулирования скорости асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором (АД) позволяет улучшить энергетические и эксплуатационные характеристики лифтов [2,3].

ПЧ обеспечивают бесконтактное управление ЭД и плавное регулирование скорости, что существенно уменьшает нагрузки на механическую часть лифтовой установки. Это, в свою очередь, снижает аварийность и увеличивает срок службы лифта.

Однако, сложившаяся практика эксплуатации и обслуживания лифтовых установок часто не направлена на внедрение энергосберегающих технологий. До сих пор