

*И.П. НИКИФОРОВ, В.К. КОШМАК, Н.Ф. КУДРЯВЦЕВА*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЁМА МЕТАЛЛА, СНИМАЕМОГО ЕДИНИЧНЫМ АБРАЗИВНЫМ ЗЕРНОМ ПРИ ПЛОСКОМ ШЛИФОВАНИИ

Показано влияние коэффициента внешнего трения, радиуса вершины и иных факторов на величину и форму передней поверхности абразивного зерна. Получены зависимости, позволяющие определить объем снятого металла единичным зерном гиперболической формы, с учетом кинематики процесса плоского шлифования и явлений упругопластической деформации, происходящих в зоне резания.

Абразивное зерно имеет сложную геометрическую форму. В первом приближении его можно представить в виде многогранника, выпуклого или угловатого, вершины которого имеют форму двуполостного гиперболоида. В этом случае телесный угол асимптотического конуса рационально принять равным углу при вершине зерна, а радиус кривизны вершины гиперболоида – радиусу вершины зерна.

Распределение углов при вершине хорошо описывается гамма-функцией [1]:

$$\Gamma(a) = \int_0^{\pi} e^{-t} \cdot t^{a-1} dt. \quad (1)$$

Параметры гамма-распределения определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} t &= 2,1766 + 0,5286q, \\ a &= 0,0548 + 0,0037q, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $q$  – число узловых точек многогранника – модели зерна,  $q = 20 \dots 40$ , большие значения соответствуют геометрии эльборовых зёрен, меньшие – корундовых.

Распределение радиусов вершины зерна по данным профессора Л.Н. Филимонова [2] описывается бета-функцией:

$$B(\alpha, \beta) = A \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt, \quad (3)$$

где параметры бета-распределения: для эльборовых кругов ЛО12С1К10 –  $A = 19,6$ ,  $\alpha = 1,7$ ,  $\beta = 5,1$ ; для корундовых 24А25СТ17К5 –  $A = 5,68$ ,  $\alpha = 0,98$ ,  $\beta = 6,86$  [2].

Уравнение двуполостного гиперболоида в каноническом виде, действительная полуось которого совпадает с направлением оси  $Y$ , имеет вид:

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (4)$$

Значения мнимых полуосей находим исходя из параметров асимптотического конуса [1]:

$$b = \rho \cdot ctg^2 \frac{\varepsilon}{2}, \quad (5) \quad a = c = \rho \cdot ctg \frac{\varepsilon}{2}, \quad (6)$$

где  $\rho$  – радиус вершины зерна,  $\varepsilon$  – угол при вершине зерна.

Для корундовых кругов марки 24А:  $\rho_{cp} \approx 9,8 \div 12$  мкм – после правки,  $\rho_{cp} \approx 13,1 \div 13,2$  мкм – после шлифования; для эльборовых кругов ЛД и ЛО эти величины, соответственно, принимают значения  $\rho_{cp} \approx 5,61 \div 5,9$  мкм и  $\rho_{cp} \approx 6,12 \div 6,3$  мкм [2]. Величина угла  $\varepsilon$  при вершине может варьировать от  $40^\circ$  до  $169^\circ$  ( $\varepsilon_{cp} \approx 94 \div 113^\circ$ ) [1].

Поперечное сечение снимаемой стружки будет отличаться от поперечного сечения гиперболоида в плоскости ХОУ, поскольку при слишком малых значениях переднего угла абразивное зерно не способно снимать стружку, а только упруго и упругопластически деформирует металл.

Наши собственные исследования, применительно к абразивной обработке, позволили определить минимальное значение переднего угла, при котором возможен переход от одного вида фрикционного взаимодействия – пластической деформации, к другому – микрорезанию:

$$\gamma_{\min} = 40,7 \eta^2 - 55,9 \mu_1^2 - 72,2 \eta \mu_1 - 122,5 \eta + 280,6 \mu_1 \quad (7)$$

где  $\mu_1$  – коэффициент внешнего трения между передней поверхностью зерна и стружкой;  $\eta$  – коэффициент усадки стружки (для абразивной обработки  $\eta = 1, 1 \dots 1, 8$ ).

В формировании стружки может участвовать только передняя поверхность зерна, для каждой точки которой выполняется условие:

$$\gamma > \gamma_{\min}. \quad (8)$$

В нашем случае задача сводится к определению геометрии линии – режущей кромки, для которой выполняется условие (7), являющейся пересечением передней и задней поверхности. Необходимо определить линию на поверхности гиперboloида, каждая точка которой является точкой касания плоскости, наклоненной к основной плоскости (ХОУ) под углом  $\gamma_{\min}$ .

Уравнение касательной плоскости к поверхности гиперboloида с равными мнимыми полуосями  $a$  в точке с координатами  $(x_0, y_0, z_0)$  имеет вид:

$$\frac{y y_0}{b^2} - \frac{x x_0 + z z_0}{a^2} = 1. \quad (9)$$

Угол между данной касательной плоскостью и основной плоскостью  $z = 0$  определяем по формуле:

$$\cos \gamma = \pm \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \times \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}, \quad (10)$$

где:  $A_1 = -\frac{x_0}{a^2}$ ,  $B_1 = \frac{y_0}{b^2}$ ,  $C_1 = -\frac{z_0}{a^2}$ ,  $A_2 = 0$ ,  $B_2 = 0$ ,  $C_2 = 1$ .

$$\text{Тогда } \cos \gamma = \pm \frac{-\frac{z_0}{a^2}}{\sqrt{\left(-\frac{x_0}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{b^2}\right)^2 + \left(-\frac{z_0}{a^2}\right)^2}}. \quad (11)$$

Возведем обе части в квадрат, и после преобразований получим:

$$\frac{x_0^2}{a^4 \operatorname{tg}^2 \gamma} + \frac{y_0^2}{b^4 \operatorname{tg}^2 \gamma} - \frac{z_0^2}{a^4} = 0. \quad (12)$$

Выражение (12) представляет собой уравнение конуса, имеющего вершину в начале координат. За направляющую кривую может быть взят эллипс с полуосями  $a^2 \operatorname{tg} \gamma$  и  $b^2 \operatorname{tg} \gamma$ , плоскость которого перпендикулярна оси ОZ.

Множество точек, одновременно принадлежащих конусу и двуполостному гиперboloиду (рис. 1), образуют линию  $A$  – границу раздела передней и задней поверхностей.

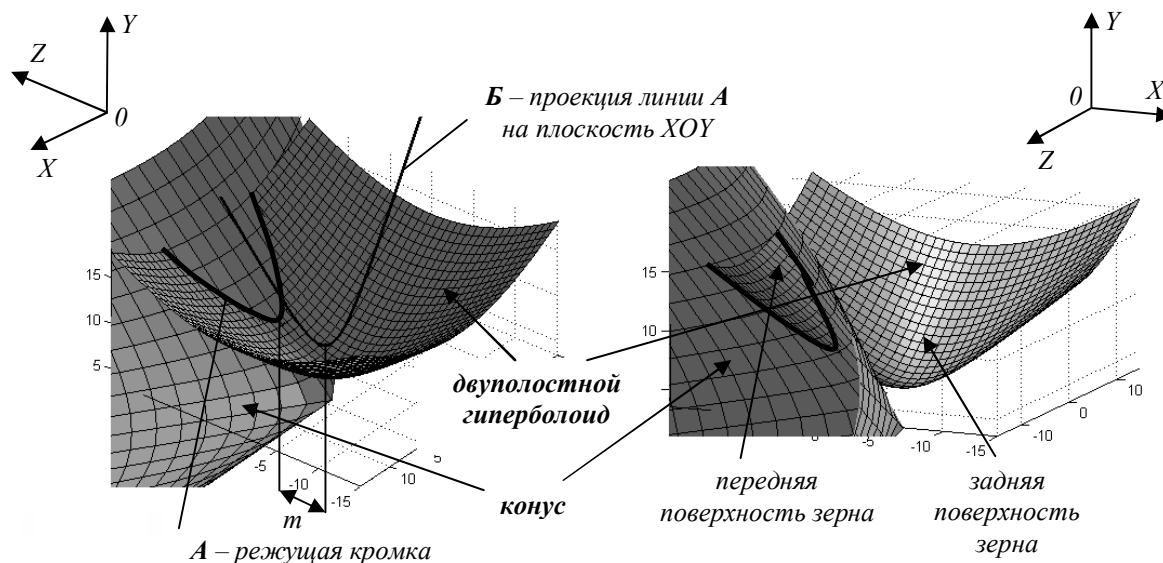


Рис. 1. К нахождению границы между передней и задней поверхностью абразивного зерна

Выражая  $z_0^2$  из (12), и подставляя в (4) вместо  $z^2$ , получим:

$$y^2 \left( \frac{b^2 \sin^2 \gamma - a^2 \cos^2 \gamma}{b^4 \sin^2 \gamma} \right) - \frac{x^2}{a^2 \sin^2 \gamma} = 1. \quad (13)$$

Выражение (13) есть не что иное, как уравнение гиперболы, и описывает линию **Б** – проекцию линии **А** на основную плоскость  $XOY$  (рис. 1). Вид линии **Б**, а значит и площадь передней поверхности инструмента, в значительной мере зависит от коэффициента внешнего трения  $\mu_1$  и радиуса вершины зерна (рис. 2).

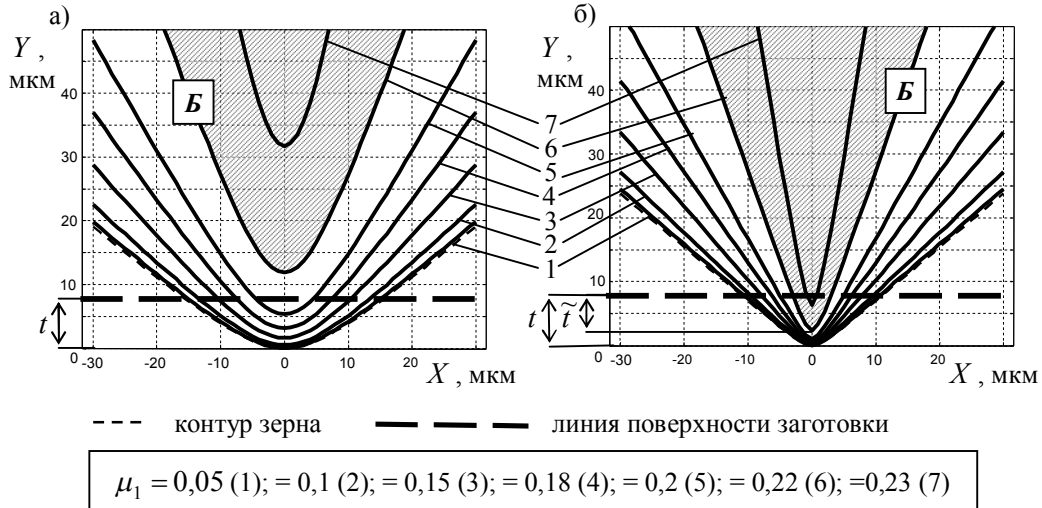


Рис. 2. Изменение формы передней поверхности зерна, в зависимости от коэффициента внешнего трения  $\mu_1$  и радиуса  $\rho$  вершины. а)  $\rho = 10$  мкм; б)  $\rho = 2$  мкм.

В конечном итоге это сказывается на режущей способности шлифовального круга и производительности процесса шлифования. Если линия **Б** располагается выше линии поверхности заготовки (рис. 2, а), то резания не происходит, и процесс контакта зерна и заготовки заканчивается упругой или упруго-пластической деформацией; если ниже – то будет срезаться стружка толщиной  $\tilde{t}$  (рис. 2, б), с одновременным деформированием металла задней поверхностью (на рисунке 2 штриховкой показана форма передней поверхности зерна при коэффициенте внешнего трения  $\mu_1 = 0,22$ ).

Следы от линий **А** и **Б**, при их вращении вокруг оси  $OX$ , с радиусом, равным радиусу  $R$  шлифовального круга, будут лишь незначительно отличаться друг от друга (на рис. 2 обе линии полностью совпадают), поскольку  $R \gg m$  ( $m$  – расстояние между вершинами линий **А** и **Б** (рис. 1)). В связи с этим, объем снятого металла далее будем определять исходя из геометрии линии **Б**.

Если принять за начало координат центр шлифовального круга, имеющего радиус  $R$ , то режущая поверхность зерна будет описываться гиперболой вида:

$$\frac{(y + \tilde{R})^2}{\tilde{b}^2} - \frac{x^2}{\tilde{a}^2} = 1, \quad (14)$$

где  $\tilde{R}$  – расстояние от центра шлифовального круга до геометрического центра гиперболоида

$\tilde{R} = R + b$ ;  $\tilde{b} = \frac{b^2 \sin \gamma}{\sqrt{b^2 \sin^2 \gamma - a^2 \cos^2 \gamma}}$ ;  $\tilde{a} = a \cdot \sin \gamma$ ; значения  $a$  и  $b$  определяются по формулам (5) и (6).

Тело металла, снятого режущей кромкой гиперболической формы, при вращении шлифовального круга вокруг оси  $OX$  с одновременным поступательным движением центра круга в направлении оси  $OZ$  (движение заготовки), параметрически описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x = \tilde{a} \cdot r \cdot \operatorname{sh} s & r \in [1; B] \\ y = (-\tilde{R} + \tilde{b} \cdot r \cdot \operatorname{ch} s) \cos p & s \in \left[ -\operatorname{arch} \frac{B}{r}; \operatorname{arch} \frac{B}{r} \right], \\ z = (-\tilde{R} + \tilde{b} \cdot r \cdot \operatorname{ch} s) \sin p + v \cdot t & p \in [-\arccos \omega; \arccos \omega] \end{cases}, \quad (15)$$

где  $c$  – расстояние от центра абразивного круга до шлифуемой поверхности,  $c = \tilde{R} - b - t = R - t$  ( $t$  – глубина резания (рис. 2));  $v$  – приведенная скорость движения заготовки,  $v = \frac{R}{K}$

( $K$  – соотношение линейных скоростей круга и заготовки  $K = \frac{2\pi R n_{кр}}{V_{заг}}$ ,  $K = 60 \dots 80$ ,  $n_{кр}$  – частота вращения круга;  $V_{заг}$  – линейная скорость заготовки (при встречном шлифовании  $V_{заг} > 0$ , при попутном  $V_{заг} < 0$ ));  $B = \frac{b+t}{\tilde{b}}$  – параметр гиперболы, вершина которой лежит на линии поверхности заготовки;  $\omega = \frac{c}{\tilde{R} - \tilde{b} r \operatorname{ch} s}$  – угол поворота шлифовального круга.

Объем металла, снятого при плоском шлифовании единичным абразивным зерном с режущей кромкой гиперболической формы, определяем через тройной интеграл:

$$V = 4 \int_1^B dr \int_0^{\operatorname{arch} \frac{B}{r}} ds \int_0^{\arccos \omega} |J(r, s, p)| dp, \quad (16)$$

где  $J(r, s, p)$  – якобиан преобразования координат:

$$J(r, s, t) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial x}{\partial p} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial p} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial p} \end{vmatrix} = \tilde{a} \tilde{b} r \left( \frac{c}{\omega} - v \cos p \right). \quad (17)$$

$$\text{Подставляя (17) в (16) получим: } V = V_1 + V_2, \quad (18)$$

$$V_1 = 4 \int_1^B dr \int_0^{\operatorname{arch} \frac{B}{r}} ds \int_0^{\arccos \omega} \tilde{a} \tilde{b} r \frac{c}{\omega} dp \approx \frac{16 \tilde{a} \tilde{t}^{3/2}}{9} \sqrt{\tilde{R} + c} \left( 1 - \frac{\tilde{b}}{2(\tilde{R} + c)} \right) \cdot \operatorname{arch} B, \quad (19)$$

$$V_2 = -4 \int_1^B dr \int_0^{\operatorname{arch} \frac{B}{r}} ds \int_0^{\arccos \omega} \tilde{a} \tilde{b} r v \cos p dp \approx -\tilde{a} v \tilde{t}^{3/2} \sqrt{\frac{2}{\tilde{R}}} \times \left[ \sqrt{2(B-1)} \left( \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{\operatorname{arch} B}{\sqrt{2(B-1)}} \right) + \sqrt{1 - \frac{\operatorname{arch}^2 B}{2(B-1)}} \operatorname{arch} B \right], \quad (20)$$

где  $\tilde{t}$  – фактическая глубина резания (толщина стружки), с учётом процессов упругопластической деформации (рис. 2, б),  $\tilde{t} = b - \tilde{b} + t$ .

Объём  $V_1$  снимается с поверхности заготовки за счёт вращения зерна относительно оси ОХ (вращение круга), а объём  $V_2$  – за счёт поступательного движения заготовки в направлении оси ОZ.

Зависимости объёма  $V$  снимаемой стружки единичным абразивным зерном за один оборот круга от различных параметров обработки, при варьируемых значениях коэффициента внешнего трения  $\mu_1$  между стружкой и передней поверхностью, приведены на рис. 4.

Графики показывают, что роль коэффициента трения  $\mu_1$  в процессах формирования стружки чрезвычайно высока. При  $\mu_1 \approx 0,05 \div 0,1$  передняя поверхность зерна такова, что

процессы упругой и пластической деформации менее значимы, а съём стружки происходит более интенсивно. При построении графиков приняты следующие параметры (если не указано особо):  $t = 10$  мкм;  $\rho = 5$  мкм;  $\varepsilon = 100^\circ$ ;  $R = 10$  мм;  $\eta = 1,3$ .

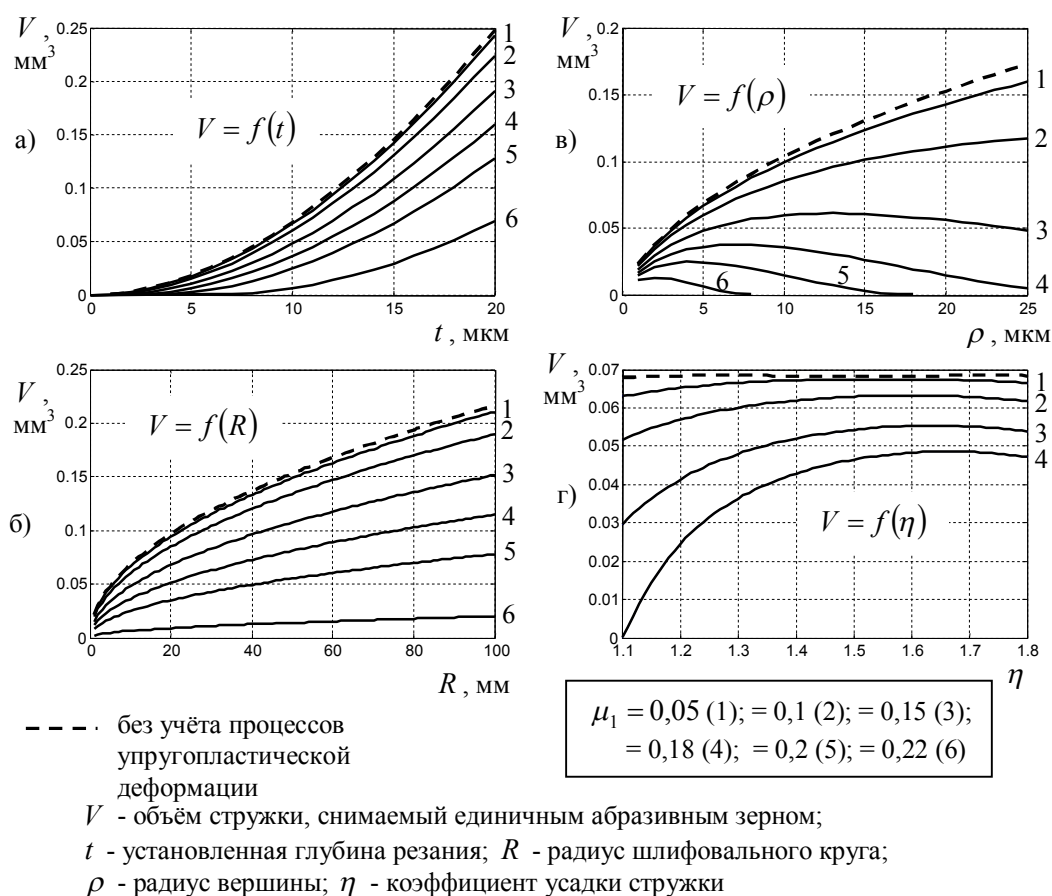


Рис. 3. Влияние параметров обработки на объём металла, снимаемого единичным зерном

Особый интерес представляет график, изображенный на рис. 3, в – при более высоких значениях  $\mu_1$  наблюдается максимум функции  $V = f(\rho)$  (зависимость объёма стружки от радиуса вершины зерна). Зерно более округлой формы при малом коэффициенте внешнего трения способно снять больший объём, чем более острое зерно. Но при больших значениях  $\mu_1$  проекция линии раздела передней и задней поверхностей зерна на основную плоскость (линия **Б**, рис. 2, а) значительно отличается от контура зерна в плане, и объём снимаемого металла снижается. Таким образом, каждому значению коэффициента внешнего трения, с учётом отдельных факторов, соответствует значение радиуса вершины зерна, при котором наблюдается наибольшая режущая способность абразивного зерна.

#### ВЫВОДЫ:

1. Получены конкретные зависимости, позволяющие, с учётом геометрических параметров режущей кромки гиперболоидной формы, определить объём металла, снимаемого единичным абразивным зерном при плоском шлифовании за один оборот круга.
2. Режущая способность единичного абразивного зерна в значительной степени зависит от коэффициента внешнего трения и радиуса вершины зерна.
3. Каждому значению коэффициента внешнего трения соответствует радиус вершины зерна, при котором наблюдается наибольшая режущая способность зерна.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Никифоров И.П. Шлифование глубоких отверстий малого диаметра: проблемы и решения. – Псков: Изд-во политехн. ин-та, 2006. – 200 с.
2. Филимонов Л.Н. Высокоскоростное шлифование. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1979. – 248 с.