



Рис.2. Системы координат ГМП FC440K
(общий вид и фрагмент стола);

1-плоскость стола; 2-приспособление; 3-деталь

ЛИТЕРАТУРА

1. Базров Б. М. Расчет точности машин на ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1975.
2. Решетов Д. Н. Портман В. Т. Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1989. – 336 с.
3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с.

И.Г. ЕРШОВА

**ПОСТРОЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЛЯ
СРАВНИТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

В качестве сравнительной оценки технических систем наиболее часто используется соответствующий показатель эффективности. Так при проектировании систем мы стремимся, с одной стороны, увеличить производительность, надежность, универсальность системы, а с другой, снизить удельные энергозатраты, металлоемкость, себестоимость и др. Здесь перечислены несколько частных показателей эффективности, которые могут быть измерены, рассчитаны или получены как итоговые результаты моделирования. Их общее свойство в том, что уровень их общности находится в обратном отношении к их прагматичности. Вместе с тем, это скалярные функции, которые непосредственно устанавливают однозначное соответствие между отношением “ \geq ” и линейным порядком на множестве однородных систем, а экстремальному значению показателя соответствует “наилучшая” система.

Объединение частных показателей эффективности в векторный показатель в первую очередь требует решения проблемы конструирования правила сравнения технических систем, то есть задания отношения. Известны приемы сведения векторного показателя к общему скалярному, например, введением весовых коэффициентов, с которыми суммируются частные показатели или составлением дробных показателей, в которых числитель содержит показатели, требующие их увеличения, а в знаменателе – показатели, требующие уменьшения; при этом недостаток по одному из них может быть скомпенсирован за счет другого. В общем случае

объединение частных показателей в один общий показатель требует конструирования правила их композиции с четко выделенной структурой.

Менее распространено задание отношения в форме индикаторного сравнения “лучше - хуже” [1]. Такое сравнение принято относить к косвенным методам сравнения эффективности.

Учет в сравнительной оценке условий функционирования технических систем наталкивается на неопределенность как результат взаимодействия многих факторов. Основными факторами неопределенности считаются:

- невозможность точного описания условий развития сложных систем в силу их уникальности, трудно устанавливаемой целенаправленности и, как следствие, отсутствие простой модели описания функционирования;
- множественность и противоречивость конечных целей сравнения, что побуждает к построению многокритериальных векторных оценок, а вместе с этим и решения проблем перевода их в сравнительные оценки;
- неоднозначность и погрешности используемой информации, во многом преодолеваемые применением статистических методов.

Вышеперечисленные факторы очерчивают сложности задания сравнительной оценки технических систем в условиях неопределенности.

Рассмотрим выбор структуры обобщенного скалярного показателя построенного на области неопределенности. Поставим задачу следующим образом. Пусть имеется некоторое множество сравниваемых между собой элементов сложной системы $M = \{m\} = \{m_1, m_2, \dots, m_k\}$ и определен диапазон условий применения элементов в сложной системе $\{v\} = [\{v\}_n; \{v\}_k]$, где $\{v\}_n, \{v\}_k$ – соответственно набор начальных и конечных значений диапазонов изменения условий v_i , то есть $v_{in} \leq v_i \leq v_{ik}$. Требуется на основе математической модели системы выбрать структуру обобщенного скалярного показателя эффективности $Q[\{p\}, \{v\}]$, где $\{p\}$ – набор параметров сравниваемых элементов $\{m\}$, с тем чтобы отобрать такое подмножество элементов системы $\overline{M} \in M$, которые во всем диапазоне неопределенности имеют преимущества по эффективности относительно других элементов.

Выбор структуры обобщенного показателя эффективности сводится к выбору функциональной зависимости $Q = f[\{p\}, \{v\}]$.

Представим показатель эффективности в виде:

$$Q = F[\{p\}, \{v\}] = f(\varphi(\{p\}, \{v\}), \psi(K(\{p\}))), \quad (1)$$

где φ - функция, отражающая степень влияния параметров системы $\{p\}$ на показатель эффективности в зависимости от значений неопределенных условий $\{v\}$;

ψ - функция, определяемая только параметрами системы и не зависящая от неопределенных факторов;

K – обобщенный показатель, зависящий только от характеристик элемента системы.

Таким образом, в (1) постулируется выделение функции ψ , инвариантной относительно условий применения системы, а также области неопределенности применения системы, описываемой функцией φ . Относительно функции f сделаем предположение, что она дифференцируема по аргументам φ и ψ .

Рассмотрим условия, при выполнении которых из сравнения значений показателя K для двух вариантов элементов $\{m\}$ будет следовать соответствующее неравенство для значений обобщающего показателя Q , что равносильно установлению линейного порядка на множестве технических систем.

Пусть M_I и M_{II} – два варианта элементов и $K(p)_I > K(p)_{II}$ или $dK > 0$. Используя свойство инвариантности первого дифференциала для зависимости (1), можно записать

$$dQ = \frac{\partial f}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial f}{\partial \psi} d\psi = \frac{\partial f}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial f}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial K} dK. \quad (2)$$

В равенстве (2) разумно предположить, что знак первого слагаемого должен соответствовать решаемой задаче сравнения:

- положительный, если Q интерпретируется как степень выполнения задачи при заданном расходе ресурсов (задача А);

- отрицательный, если Q – расход ресурсов при заданной степени выполнения задачи (задача В).

Таким образом, учет неопределенности в применении технической системы должен “содействовать” сравнению вариантов.

Дальнейший анализ (2) показывает, что при выполнении неравенств

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} > 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \psi} > 0, \quad dK > 0 \quad (3)$$

мы получаем двойственные задачи А и В для всех условий неопределенности $\{v\} \in [\{v\}_n; \{v\}_k]$.

Задача А:

$$Q \rightarrow \max_{\{m\}}$$

при ограничениях:

a) $\frac{\partial Q}{\partial K} > 0,$

b) $d\varphi \geq 0,$

c) $\frac{\partial \psi}{\partial K} > 0.$

Задача В:

$$Q \rightarrow \min_{\{m\}}$$

при ограничениях:

a) $\frac{\partial Q}{\partial K} < 0,$

b) $d\varphi \leq 0$

c) $\frac{\partial \psi}{\partial K} < 0$

В ситуации, когда $d\varphi=0$, показатель Q оказывается инвариантным к неопределенности, что соответствует сравнению технических систем при игнорировании факторов неопределенности или в предположении неизменности условий применения систем.

Условие а) заданное в разностной форме

$$\frac{Q_I - Q_{II}}{K_I - K_{II}} > 0 \quad \text{или} \quad \frac{Q_I - Q_{II}}{K_I - K_{II}} < 0 \quad (4)$$

геометрически интерпретируется как требование отсутствия пересечения поверхностей значений показателя эффективности Q сравниваемых вариантов во всей области неопределенности. Из этого следует, что в двойственных задачах сравнения решающее правило отбраковки вариантов элементов из $\{m\}$ формулируется одинаково: если

$$\frac{K_I}{K_{II}} > 1, \quad (5)$$

то вариант II может быть исключен из дальнейшего рассмотрения. При этом сравнении вариантов предполагается возможность не включать в показатель K одинаковые параметры вариантов.

На выбор функции f наложено ограничение в виде положительности координат градиента этой функции во всей области неопределенности и при всех допустимых значениях аргументов. Наиболее просто это условие выполнить выбором аддитивной функции f с положительными весовыми коэффициентами, например,

$$Q = \alpha\varphi(\{p\}, \{v\}) + \beta\psi(K(\{p\})); \quad \alpha, \beta > 0 \quad (6)$$

Выбор функции φ должен быть сделан с учетом условия б) задач. По физическому содержанию показатель эффективности положителен, что для его вида (6) означает положительность функций φ и ψ . Это требование сохраняется и при мультипликативной форме зависимости (1).

Таким образом, обобщенный скалярный показатель эффективности можно выбрать в виде показателя, построенного на области неопределенности применения технических систем, с выделением двух положительных функций, одна из которых инвариантна относительно условий неопределенности и обеспечивает монотонность сравнения для всех значений факторов неопределенности, а другая учитывает факторы неопределенности, что способствует процедуре сравнения систем в области, где допустимо применение обобщенного показателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильичев А.В. Эффективность проектируемой техники: Основы анализа. – М.: Машиностроение. 1991.