И.С. АСТАХОВА

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ИСЗ К УРАВНЕНИЮ ХИЛЛА.

Уравнения движения ИСЗ преобразуются к уравнениям движения некоторой фиктивной материальной точки на плоскости под действием консервативных и гироскопических сил, путём замены координат и времени.

Рассматривается задача движения твёрдого тела около центра масс [1]. Преобразуем уравнения движения (1) к уравнениям некоторой фиктивной материальной точки на плоскости путём замены координат и времени. Используя в качестве Лагранжевых координат углы Эйлера, вычислим функцию Лагранжа

$$L = \frac{T}{2}\left[\theta^2 + (\dot\psi + \omega_0)^2 \sin^2\theta + \frac{I_z}{2}(\dot\psi + \omega_0)^2 \cos^2 + 2\dot\varphi(\dot\psi + \omega_0)\cos\theta + \dot\varphi^2\right] -$$

$$-\frac{3}{2}\omega_0^2(I_z - I)\sin^2\psi \cdot \sin^2\theta.$$

φ - циклическая переменная, это позволяет преобразовать функцию Лагранжа методом Рауса:

$$\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi} = I_z[\dot\varphi + (\dot\psi + \omega_0)\cos\theta] = I_z\omega_z^0.$$

Функция Рауса $R = L - \frac{\partial L}{\partial\dot\varphi}\dot\varphi$ в новых переменных $\psi = x$, $\sin\theta = \frac{1}{chy}$ будет

$$R = \frac{-I_z}{I}\omega_{z0} + \frac{I}{2}\frac{\omega_0^2}{ch^2 y} - I_z\omega_z^0\omega_0 thy - \frac{I\omega_z^0}{2}\cdot\frac{\sin^2 x}{ch^2 y} + \dot x\left[\frac{I\omega_0}{ch^2 y} - I_z\omega_z^0 thy\right] +$$

$$+\frac{I}{2}\cdot\frac{\dot x^2 + \dot y^2}{ch^2 y}.$$

Так как функция Рауса явно не зависит от времени, то уравнения Рауса допускают интеграл Якоби.

Введём новую регуляризующую переменную τ: $d\tau = ch^2 y dt$.

Тогда
$$y'_\tau = \frac{\dot y}{ch^2 y}.\, x'_\tau = \frac{\dot x}{ch^2 y},$$

Интеграл Якоби может быть записан

$$(x')^2 + (y')^2 = 2\cdot V,$$

(1)

а система уравнений Рауса [3] будет

$$x'' + y'\Phi = V'_x, \quad y'' - x'\Phi = V'_y,$$

(2)

где
$$\Phi = \frac{2\omega_0}{ch^2 y} thy - \frac{I_z}{I}\omega_z^0\frac{1}{ch^2 y}.$$

$$V=\frac{1}{Ich^2y}\cdot\left(I_z\omega_z^0 thy-\frac{1}{2}\left(\omega_z^0\right)^2+\frac{1}{2}\frac{I\omega_0^2}{ch^2y}+\frac{3}{2}\left(I-I_z\right)\omega_0^2\frac{\cos^2 x}{ch^2y}\right).$$

Полученные уравнения (2) допускают интеграл (1) и могут быть сведены к одному уравнению.

Известному плоскому движению $\left(\theta=0,\quad \omega_z^0=0\right)$ соответствует решение

$$x''=V'_x\Big|_{\omega_z^0=0}=-\frac{\omega_\psi^2}{2}\sin 2x_0,\quad y\equiv 0.$$

Выполнив замену $\sin x=k\,sn(u,k)$, $\frac{du}{dx}=\frac{1}{k\,cn\,u}$, получим уравнение

$$\frac{d^2y}{du^2}+z(u)y=0, \tag{3}$$

где

$$z=2\left(k\,cn\,u-\frac{\omega_0}{2\omega_\psi}\right)^2+\frac{\omega_0^2}{2\omega_\psi^2}+k^2\geq 0.$$

Уравнение (3) – уравнение Хилла, при $z\geq 0$ его нулевое решение устойчиво при условии $\int_0^T Z(u)du\leq 4T$. Следовательно нулевое решение уравнения (3) т.е. плоское движение, можно взять за «порождающее» при решении системы (1) и строить решение системы близким к плоскому.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Астахова И.С.** Структуры решения уравнений движений ИСЗ. Математика в вузе. Труды научно-метод. конференции. СПб. – 1997.
2. **Белецкий В.В.** Движение ИСЗ относительно центра масс. – М.: Наука, 1965.
3. **Гантмахер Ф.Р.** Лекции по аналитической механике. – М.: Физматгиз, 1990.

А.Н.ВЕРХОЗИН

МАГНИТООПТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЖИДКОЙ ВОДЫ И ВОДЯНОГО ПАРА И СТРУКТУРНАЯ ПЕРЕСТРОЙКА МОЛЕКУЛ H_2O

При переходе воды из жидкости в пар фактор магнитооптической аномалии, характеризующий симметрию электронного облака молекулы, обращается в нуль в пределах точности эксперимента. Это объясняется переходом части молекул от уголковой к высокосимметричной линейной форме. Возможность такого объяснения подтверждается анализом корреляционной диаграммы для молекулярных орбиталей молекулы H_2O.