

ЭНЕРГЕТИКА, ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УДК 621.313.3

Ю. В. Домрачева, С. Ю. Логинов

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНХРОННОЙ ИНДУКТОРНОЙ БЕСПОДШИПНИКОВОЙ МАШИНЫ

Рассматриваются принципы построения модели синхронной индукторной бесподшипниковой машины, позволяющей проводить исследование влияния допущений, принятых при построении математического описания, на работу системы управления. Приведены основные соотношения для создания программной модели машины. Проведена сравнительная оценка возможностей моделей различных типов.

Ключевые слова: бесподшипниковая электрическая машина, программная модель, имитационное моделирование.

Преимущества электрических машин с полным бесконтактным магнитным подвесом ротора позволяют использовать их в тех областях, в которых применение машин с традиционными опорами не возможно из-за наличия смазки и механического контакта между вращающимися и неподвижными частями механизма.

В настоящее время в конструкции таких машин широко используются активные магнитные подшипники (АМП). Для осуществления полного магнитного подвеса ротора необходимо два радиальных и один осевой АМП или два конических АМП (см. рис. 1.а). Установка АМП требует увеличения длины ротора, что затрудняет использование такой машины в высокоскоростных установках из-за уменьшения значений критических скоростей [1].

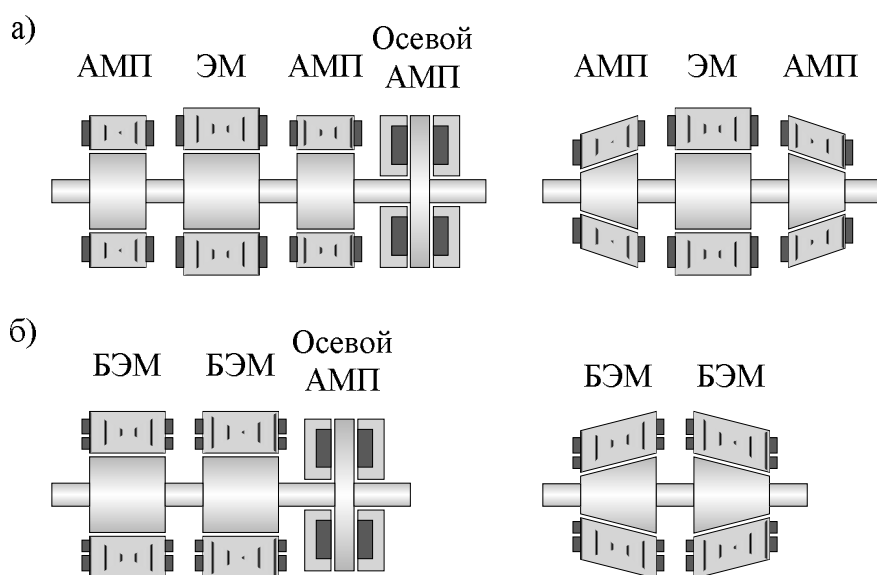


Рис. 1. Варианты компоновки электрической машины с полным магнитным подвесом ротора

Следующим шагом в развитии электрических машин с полным магнитным подвесом ротора являются бесподшипниковые электрические машины (БЭМ). Магнитное поле в зазоре модуля БЭМ создаёт как вращающий момент, так и управляемые радиальные силы, удерживающие ротор в центральном положении. Для создания такого поля в пазы статора укладывается две обмотки: обмотка привода и обмотка подвеса. Благодаря тому, что функции электродвигателя и АМП объединены в одном модуле, длина ротора, при той же мощности привода и подвеса, может быть сокращена [2]. Уменьшение габаритов связано с тем, что магнитное поле привода используется как составная часть поля подвеса. Это также позволяет снизить энергопотребление. Варианты компоновки БЭМ показаны на рис. 1. б).

Существенным недостатком БЭМ является взаимное влияние магнитных сил и вращающего момента. Управлять этими величинами отдельно позволяет специальная конструкция модулей БЭМ. В 1974 году был предложен принцип построения конструкции электрической машины, совмещающей функции электродвигателя и АМП [3]. Согласно ему одна из обмоток статора выполняется с числом пар полюсов равным p , а вторая — $p+1$. Ротор должен иметь то же число полюсов, что и обмотка привода. При таком сочетании количества полюсов суммарная электродвижущая сила (ЭДС), наведённая одной из обмоток во второй, равна нулю, а магнитодвижущая сила (МДС) обмотки подвеса не создаёт вращающего момента. Однако это условие будет выполняться только в том случае, если ротор находится в центральном положении. При смещении ротора распределения МДС обмоток статора становятся несимметричными, вследствие чего обмотка подвеса создаёт вращающий момент, а обмотка привода — радиальную силу. На рис. 2 показан пример расположения обмоток в пазах статора БЭМ.

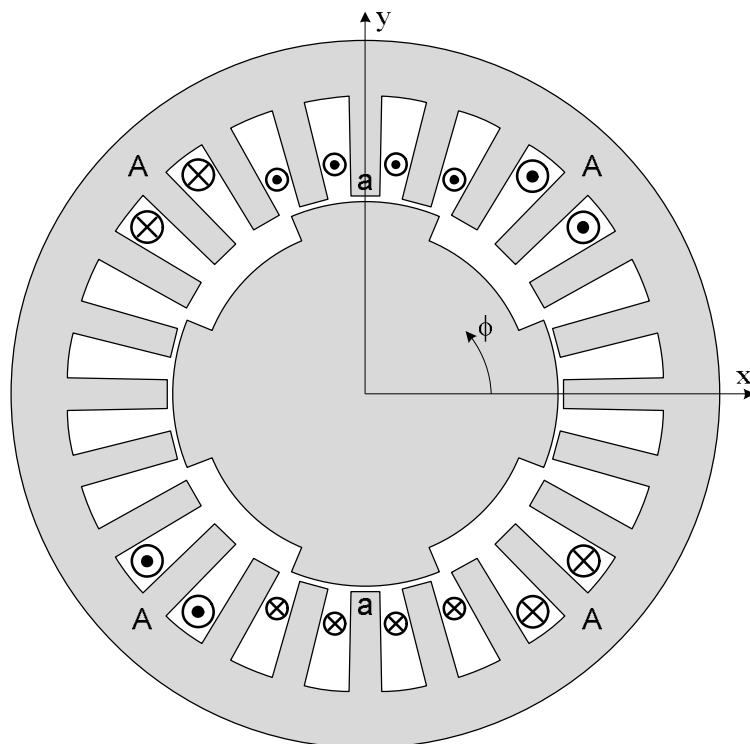


Рис. 2. Синхронная индукторная БЭМ:
А — фаза обмотки привода, а — фаза обмотки подвеса

Взаимное влияние привода и подвеса можно уменьшить, используя специальные алгоритмы управления токами обмоток. Для синхронной индукторной БЭМ (рис. 2) предлагалось два варианта построения таких алгоритмов. В одном из них использовался специальный компенсатор, рассчитывающий сигналы задания для токов привода с учётом величины токов подвеса и наоборот [4]. В 2010 году была предложена структура системы управления, построенная на базе инверсной системы [5].

Во всех предложенных системах управления конструктивные параметры машины представлены в виде индуктивностей L_d и L_q , которые определяются магнитными проводимостями зазора над полюсами ротора и между ними соответственно. В [6] зависимости L_d и L_q от перемещений ротора x и y предложено определять экспериментально. Такой подход позволяет получить достаточно точную математическую модель машины для построения системы управления. Но отсутствие аналитических зависимостей индуктивностей от конструктивных параметров БЭМ не даёт возможности составить методику проектирования.

При составлении аналитического описания индукторных БЭМ, кроме обычных для электрических машин допущений, так же принимаются следующие:

1. Величина воздушного зазора описывается приближённым выражением.
2. Магнитная проводимость воздушного зазора между полюсами ротора равна нулю.

Необходимая точность построения математической модели машины определяется работоспособностью системы управления, построенной на её основе.

Проверка работоспособности системы управления не может производиться на модели машины, построенной с теми же допущениями. Для этой цели удобно использовать такую модель, в которой любой из неучтённых признаков можно исключить или добавить в рассмотрение. В данной статье рассматривается один из вариантов построения такой модели для исследования системы в среде MATLAB Simulink. Все вычисления выходных переменных блоков модели будут производиться с помощью языка программирования C++, в связи с чем в дальнейшем будем называть её *программной моделью*.

Основные соотношения, используемые в модели синхронной индукторной БЭМ.

Модель синхронной индукторной бесподшипниковой машины (СИБМ) можно разделить на две подсистемы: электромагнитную и механическую (см. рис. 3). Электромагнитная подсистема в зависимости от положения ротора и токов обмоток статора формирует вращающий момент и радиальные силы, которые в свою очередь являются входными сигналами для механической подсистемы. Выходными координатами модели являются угол поворота φ и радиальные перемещения ротора x и y .

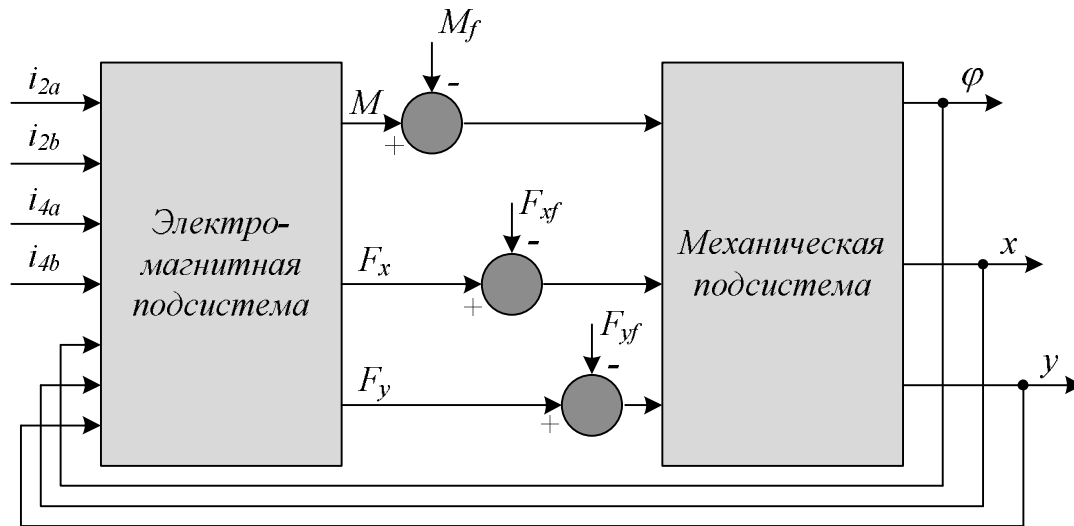


Рис. 3. Структура модели БЭМ

В блоке электромагнитной подсистемы момент и радиальные силы должны вычисляться по заданным токам с учётом конфигурации обмоток и сердечников статора и ротора. Эти величины вычисляются, как частные производные магнитной энергии по соответствующей координате. Чтобы получить аналитическую зависимость магнитной энергии от угла поворота и смещений ротора необходимо иметь выражение для величины воздушного зазора, учитывающее её изменение вдоль этих координат. Как уже отмечалось, для построения системы управления пользуются приближенным выражением. Однако в модели должна быть возможность использования любого способа вычисления величины зазора. Поэтому электромагнитный момент и радиальные силы будем определять как равнодействующие моментов и сил, действующих на некоторые элементарные части поверхности ротора.

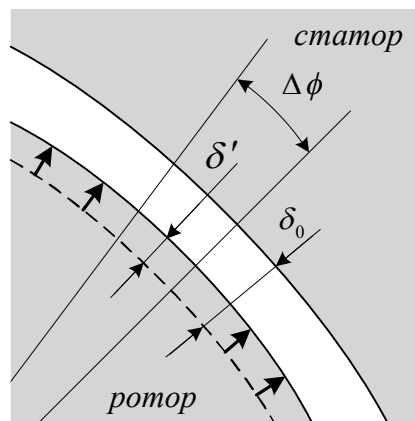


Рис. 4. Фрагмент воздушного зазора СИБМ

Разобьём поверхность ротора на элементы, длина которых равна длине активной части сердечника, а ширина равна длине дуги, опирающейся на угол $\Delta\phi$ (см. рис. 4). Угол $\Delta\phi$ должен быть настолько мал, чтобы с определённой степенью точности можно было считать, что величина зазора над элементом одинакова во всех его точках. Величина зазора, в зависимости от угловой коор-

динаты ϕ и радиальных перемещений x и y , описывается следующим выражением [1].

$$\delta = \delta_0 - x \cdot \cos \phi - y \cdot \sin \phi = \delta_0 - \delta', \quad (1)$$

где δ_0 — величина зазора при центральном положении ротора, $\delta' = x \cdot \cos \phi + y \cdot \sin \phi$ — величина постоянная в пределах $\Delta\phi_i$. Электромагнитный момент и радиальные силы, действующие на элемент $\Delta\phi_i$, находятся численно по следующим выражениям.

$$M_i = \frac{\Delta W_i}{\Delta\phi}, \quad (2)$$

$$F_{xi} = \frac{\Delta W_i}{\Delta x}, \quad F_{yi} = \frac{\Delta W_i}{\Delta y}, \quad (3)$$

где M_i — электромагнитный момент, F_{xi} и F_{yi} — радиальные силы, ΔW_i — магнитная энергия, запасенная на участке воздушного зазора машины, ограниченном углом $\Delta\phi_i$.

$$\Delta W_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \Delta L_{ijk} \cdot i_j \cdot i_k, \quad (4)$$

где N — число обмоток машины, i — ток обмотки, ΔL_i — собственная или взаимная индуктивность обмоток, определяемая элементом зазора $\Delta\phi_i$.

$$\Delta L_{ijk} = \frac{\mu_0 \cdot \Delta\phi_i \cdot r \cdot l}{\delta_0 - \delta'} \cdot w_j \cdot w_k, \quad (5)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ — магнитная проницаемость вакуума, $S = r \cdot \Delta\phi \cdot l$ — площадь элемента $\Delta\phi$, r — радиус ротора, l — длина активной части сердечника, w — число витков соответствующей обмотки.

Результирующее значение электромагнитного момента и радиальных сил

$$M = \sum_{i=1}^n M_i, \quad (6)$$

$$F_x = \sum_{i=1}^n F_{xi}, \quad F_y = \sum_{i=1}^n F_{yi}, \quad (7)$$

где n — общее число элементов $\Delta\phi_i$.

По уравнениям (1)–(7) производятся расчеты выходных величин электромагнитной подсистемы на каждом шаге расчета модели.

Угол поворота ϕ и радиальные перемещения ротора в блоке механической подсистемы можно найти с помощью дифференциальных уравнений движения.

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot{x} &= F_x - F_{xf}, \\ m \cdot \ddot{y} &= F_y - F_{yf}, \\ J \cdot \ddot{\phi} &= M - M_f, \end{aligned} \quad (8)$$

где m — масса ротора, J — момент инерции ротора, \ddot{x} и \ddot{y} — ускорения ротора в направлении осей x и y соответственно, $\ddot{\phi}$ — ускорение вращательного движения, F_{xf} , F_{yf} и M_f — возмущающие силы и момент. Из уравнений (8) получим выражения для расчета перемещений и угла поворота на j -ом шаге.

$$\begin{aligned} x_j &= \frac{T_k}{m} (F_x - F_{xf}) + 2x_{j-1} - x_{j-2}, \\ y_j &= \frac{T_k}{m} (F_y - F_{yf}) + 2y_{j-1} - y_{j-2}, \\ \phi_j &= \frac{T_k}{J} (M - M_f) + 2\phi_{j-1} - \phi_{j-2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где T_k — шаг расчета, с, x_{j-1} , y_{j-1} и ϕ_{j-1} — значения перемещений и угла поворота на $(j-1)$ -ом шаге расчёта, x_{j-2} , y_{j-2} и ϕ_{j-2} — значения перемещений и угла поворота на $(j-2)$ -ом шаге расчёта.

Проверка алгоритма системы управления СИБМ на программной модели, построенной с помощью уравнений (1)–(9), даёт результаты более приближённые к результатам испытаний на реальной машине, чем при использовании упрощенных аналитических выражений. Для повышения точности расчёта выходных параметров модели необходимо, по возможности, уменьшать шаг расчёта и величину угла $\Delta\phi$.

Кроме того, программная модель даёт возможность учитывать или исключать из модели те признаки, влияние которых на работу системы необходимо исследовать. Рассмотрим способы учёта некоторых допущений, которые обычно принимаются для индукторных бесподшипниковых машин.

Приближённое выражение для обратной величины зазора.

Для определения аналитических зависимостей индуктивностей обмоток статора от радиальных перемещений ротора приходится использовать приближённое выражение для обратной величины зазора машины. Связано это с тем, что результат интегрирования при нахождении этих выражений по точной формуле неудобен для их использования в системе управления.

Точное выражение для обратной величины зазора в зависимости от смещений и угловой координаты выглядит следующим образом.

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_0 - x \cdot \cos \phi - y \cdot \sin \phi} = \frac{1}{\delta_0 - \delta'} \quad (10)$$

Приближённые выражения для обратной величины зазора получают, представляя её как сумму геометрической прогрессии.

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_0 - \delta'} = \frac{1}{\delta_0} \cdot \frac{1}{1 - \bar{\delta}} = \frac{1}{\delta_0} \cdot (1 + \bar{\delta} + \bar{\delta}^2 + \dots), \quad (11)$$

где $\bar{\delta} = \delta' / \delta_0 < 1$.

Обычно для описания БЭМ в выражении (11) используются только слагаемые первого порядка [6]. В этом случае величина зазора будет вычисляться достаточно точно лишь при малых перемещениях ротора ($\approx 20\%$ от δ_0). В остальных случаях возникает существенная погрешность. При учёте слагаемых второго порядка, можно рассчитывать зазор при перемещениях $\approx 30\%$ от δ_0 и т. д.

Чтобы при моделировании исключить влияние погрешности расчёта обратной величины зазора, необходимо определять её по тем же выражениям, что и система управления. В предлагаемой программной модели, это можно сделать с помощью пересчёта значения δ' . Приравнявая точное значение обратной величины зазора приближённому, получаем следующее соотношение.

$$\delta' = \delta_0 \cdot \frac{\bar{\delta}}{1 + \bar{\delta}}. \quad (12)$$

Аналогично при учёте в (11) слагаемых второго порядка.

$$\delta' = \delta_0 \cdot \frac{\bar{\delta} + \bar{\delta}^2}{1 + \bar{\delta} + \bar{\delta}^2}. \quad (13)$$

Магнитная проводимость воздушного зазора между полюсами ротора.

В математической модели СИБМ, используемой для построения системы управления, магнитная проводимость воздушного зазора между полюсами ротора не учитывается. В предлагаемой модели это означает, что суммирование (6) и (7) производится только по элементам, находящимся на поверхности полюса: от угла ϕ_1 до ϕ_2 (см. рис. 5).

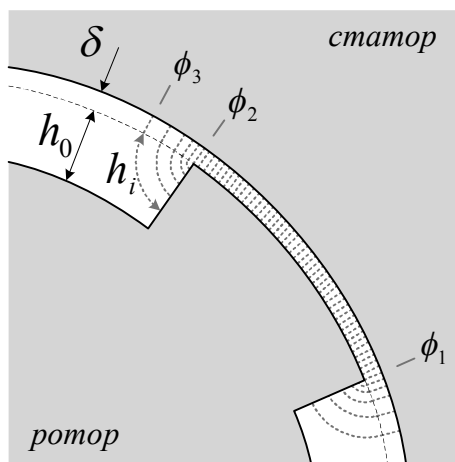


Рис. 5. Фрагмент воздушного зазора СИБМ

Для учёта проводимости межполюсного пространства, в суммы (6) и (7) необходимо включить слагаемые, учитывающие соответствующие воздействия. Например, при учёте боковых проводимостей полюсов, суммирование производится так же от угла ϕ_2 до ϕ_3 . В этом случае величина зазора (1) увеличится на h_i , которая в свою очередь может быть рассчитана исходя из геометрии возможного пути протекания потока [7]. В пределах одного элемента $\Delta\phi_i$, величина

на h_i является константой, поэтому выражения для расчета модели не изменяются. Следует только учитывать, что

$$\delta = \delta'_0 - \delta' = \delta_0 + h_i - \delta'. \quad (14)$$

Высшие гармоники магнитодвижущей силы.

Вычисление выходных переменных электромагнитной подсистемы происходит численно, поэтому изменение формы МДС не требует доработки алгоритма расчета модели. Необходимые гармоники добавляются к основной в выражении для магнитной энергии, как дополнительные слагаемые.

Зубцовые гармоники могут быть учтены добавлением к МДС гармоники порядка, равного числу пазов статора. В случае неравномерности распределения пазов статора вдоль зазора или существенной разницы между шириной паза и зубца эту гармонику следует учитывать изменением проводимости зазора, т. е. добавлением к δ_0 в (1) соответствующего слагаемого.

Насыщение стали сердечников.

Магнитное сопротивление стали сердечников должно быть учтено включением последовательно сопротивлению зазора. В предлагаемой модели удобно привести его к величине зазора.

$$R_\delta + R_c = \frac{\delta_0 - \delta'}{\mu_0 \cdot S} + R_c = \frac{\delta_0 - \delta' + \mu_0 \cdot S \cdot R_c}{\mu_0 \cdot S}, \quad (15)$$

где R_δ — магнитное сопротивление воздушного зазора, R_c — магнитное сопротивление сердечников машины. Тогда величина зазора

$$\delta = \delta_0 - \delta' + \mu_0 \cdot S \cdot R_c, \quad (16)$$

Насыщение стали можно учесть с помощью изменения её магнитного сопротивления в зависимости от прикладываемой МДС.

$$F_{cj} = F_\Sigma \cdot \frac{\mu_0 \cdot S \cdot R_{cj-1}}{\delta_0 - \delta' + \mu_0 \cdot S \cdot R_{cj-1}}, \quad (17)$$

где F_{cj} — падение МДС в сердечниках статора и ротора на j -ом шаге расчета, F_Σ — суммарная МДС обмоток, R_{cj-1} — магнитное сопротивление стали сердечников на $(j-1)$ -ом шаге расчёта.

Зависимость $R_c = f(F_c)$ составляется по кривой намагничивания стали. При расчете модели программно, её удобно задавать как численно, так и с помощью аппроксимирующей функции. После расчёта F_{cj} определяется новое значение R_{cj} .

$$R_{cj} = f(F_{cj}), \quad (18)$$

Вычисление F_{cj} по (17) вносит погрешность в определение сопротивления стали из-за использования R_c , определённого на предыдущем шаге расчёта. Поэтому при резком изменении F_Σ , для повышения точности вычисления необходимо повторить операции (17) и (18) несколько раз, используя новые значения R_{cj} .

Сравнение возможностей методов моделирования.

Исследование электромеханических систем можно производить с помощью различных типов моделей: аналитической модели, модели, построенной методом конечных элементов, программной модели. Каждая из них имеет свои преимущества и недостатки. Сравним их с точки зрения исследования влияния допущений на работу системы.

Таблица 1

Сравнительная оценка типов моделей

Допущения \ Модель	Аналитическая модель	Модель, построенная МКЭ	Программная модель
Упрощённые выражения для величины зазора	<i>сложно</i>	<i>невозможно</i>	<i>просто</i>
Проводимость зазора между полюсами	<i>сложно</i>	<i>возможно</i>	<i>возможно</i>
Высшие гармоники МДС	<i>сложно</i>	<i>сложно</i>	<i>просто</i>
Насыщение стали сердечников	<i>сложно</i>	<i>просто</i>	<i>возможно</i>

В табл. 1 дана оценка возможности учёта и исключения из моделей различных признаков исследуемой системы.

Составление аналитической модели подразумевает получение системы уравнений, описывающей все необходимые свойства объекта. Добавление или исключение одного из них означает получение новой системы уравнений. В случае СИБМ этот процесс сложен даже при всех сделанных допущениях. Получение аналитических описаний при различных сочетаниях свойств машины — нерационально, т. к. есть более простые способы моделирования.

МКЭ является самым распространённым и простым способом моделирования электромагнитных полей. Модель, построенная этим методом, позволяет достаточно точно рассчитывать силы электромагнитного взаимодействия, не упрощая при этом никаких конструктивных признаков машины, свойств материалов и формы МДС в зазоре. Но исключение из модели каких-либо признаков не всегда возможно или представляет значительные затруднения.

С помощью программной модели, благодаря гибкости алгоритма расчёта, можно достаточно просто организовать изменение состава признаков иссле-

дуемого объекта. При этом, конечно же, не обойтись и без других методов моделирования. Например, для построения зависимости $R_c = f(F_c)$ удобно пользоваться МКЭ, который позволит учесть не только общее, но и локальное насыщение стали сердечников.

Использование программной модели объекта управления расширяет возможности исследования влияния его свойств на работу системы.

Литература

1. Журавлёв Ю. Н. Активные магнитные подшипники: теория, расчет, применение / Ю. Н. Журавлёв. СПб.: Политехника, 2003. 206 с.
2. Логинов С. Ю. Сравнение габаритных показателей бесподшипниковой индукторной машины и двигателя с активными магнитными подшипниками / С. Ю. Логинов, Ю. В. Домрачева // Электротехнические комплексы и системы управления. 2012. № 2. С. 20–24.
3. Hermann P. K. «A Radial Active Magnetic Bearing Having a Rotating Drive», London Patent No. 1 500 809, February 9, 1974.
4. Design and Simulation of Control System for Bearingless Synchronous Reluctance Motor / Hannian Zhang [и др.] // Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005: proceedings of the Eighth International Conference. 2005. Vol. 1. P. 554–558.
5. Decoupling control of bearingless synchronous reluctance motor based on inverse system method / Huangqiu Zhu [и др.] // Robotics & Control Systems: Control and Decision Conference (CCDC). Chinese, 2010. P. 2120–2125.
6. Chiba A. Magnetic Bearings and Bearingsless Drives / A. Chiba, T. Fykao, O. Ichikawa, M. Oshima, M. Takemoto, D.G. Dorrell; ELSEVIER. 2005. 381 p.
7. Сливинская А. Г. Электромагнитны и постоянные магниты / А. Г. Сливинская. М.: Энергия, 1972. 248 с.

Об авторах

Домрачева Юлия Вячеславовна — старший преподаватель кафедры электропривода и систем автоматизации ФГБОУ ВПО ПсковГУ.

E-mail: juli-politeh@yandex.ru

Логинов Сергей Юрьевич — старший преподаватель кафедры электропривода и систем автоматизации ФГБОУ ВПО ПсковГУ, канд. техн. наук.

Y. V. Domracheva, S. Y. Loginov

SIMULATION TECHNIQUE OF SYNCHRONOUS RELUCTANCE BEARINGLESS MACHINE

Construction principles for synchronous reluctance bearingless machine model creation are considered. This model allows investigating influence of mathematical modeling assumptions to control system performance. Basic relations for program model creation are presented. Comparative assessment of various machine model types is made.

Keywords: computer simulation, bearingless electric machine, simulation technique, program model.