

## ОБЩИЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

*Рассматривается электрофрикционное взаимодействие в электрических машинах. Разработаны общие подходы к построению системы имитационного динамического моделирования скользящего электрического контакта. Приведены математические соотношения для основных классов компонент вектора состояния контактного элемента.*

**Ключевые слова:** электрофрикционное взаимодействие, скользящий электрический контакт, имитационное моделирование, фрактальные кластеры.

Электрофрикционным взаимодействием (ЭФВ) называют процесс передачи электрического тока через скользящий механический контакт. Такие процессы протекают в электрических машинах, снабжённым узлами скользящего токосъёма (УСТ), которые состоят из электропроводных щёток, обычно, графитовых, или металлографитовых, прижатых с помощью щёткодержателей к поверхности контактных колец или коллекторов. При ЭФВ происходит тепловыделение в зоне скользящего контакта (СК), механические вибрации, износ контактирующих поверхностей и другие явления, которые системно взаимосвязаны. Исследование ЭФВ проводят с целью создания новых более эффективных контактных пар. Экспериментально измерить большую часть динамических характеристик ЭФВ не представляется возможным, так как механические, тепловые и электрические процессы протекают в зонах контакта, закрытых для непосредственного наблюдения.

Динамические процессы, протекающие при работе УСТ можно разделить на четыре основных категории: 1) механические; 2) электромагнитные; 3) тепловые; 4) химические. Процессы взаимосвязаны непосредственно, или через промежуточные функциональные цепи (табл.).

Будем строить систему имитационного моделирования УСТ исходя из положений [1]. Разделим задачу моделирования на три части:

1. Получение механических колебаний щётки в результате кинематических возмущающих воздействий и определение неустойчивости СК;
2. Расчёт динамики токораспределения между параллельно работающими щётками;
3. Расчёт динамических процессов токопередачи в переходном слое.

Указанные модели взаимосвязаны и относительно автономны в том смысле, что задающие и возмущающие воздействия можно вводить непосредственно, используя выходные массивы данных других моделей, а также приближённо в форме аппроксимирующих зависимостей. Установим между вычислительными моделями основные связи в соответствии с приведённой таблицей и представим систему имитационного моделирования структурной схемой (см. рис. 1).

Таблица

Процессы в УСТ	Краткое описание	Взаимовлияние
1. Механические	Колебания щеток, вызванные кинематическими и динамическими возмущающими воздействиями.	
	Процессы фрикционного взаимодействия микрорельефов.	
2. Электромагнитные	Колебательные процессы динамического токораспределения между параллельными СК.	
	Эволюция контактной проводимости и токопередача в переходном слое СК.	
3. Тепловые	Эволюция нестационарного температурного поля в переходном слое СК.	
	Интегральный нагрев контактных пар.	
4. Химические	Окислительно-восстановительные и электролитические реакции.	

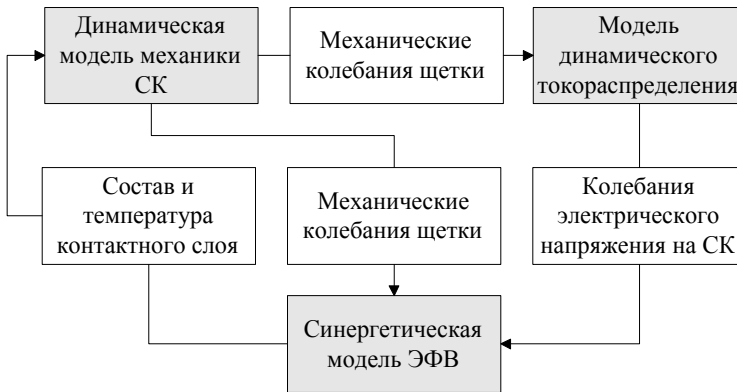


Рис. 1. Система имитационного моделирования

Моделирование динамики электрофрикционного взаимодействия ЭФВ представляет собой многофакторную задачу исследования процессов формирования проводимости в переходном слое СК. Развитие данных процессов связано с внутренними свойствами контактного перехода, которые обусловлены характеристиками взаимодействующих тел и внешними воздействиями. Формирование внешних воздействий, таких как механические колебания щётки и ко-

лебания приложенного электрического напряжения, может производиться упрощённым способом с использованием полигармонических функций, а также путём импорта расчётных массивов данных, полученных на моделях механики ЭФВ и динамического токораспределения.

Взгляд на скользящий электрический контакт с позиций ресурсной обеспеченности системного моделирования позволяет отнести его к классу *больших и сложных* систем, который характеризуется неполнотой структурной информации и большой размерностью, не дающей возможности адекватного «лобового» описания всей системы в целом. Моделирование таких систем предполагает применение мощных вычислительных средств и методов декомпозиции многомерной задачи на совокупность связанных задач меньшей размерности.

Представим контакт двух микрорельефов как систему дискретных элементов. При этом будем рассматривать переходный слой как некоторое «третье тело», состоящее из множества взаимосвязанных площадок, размещённых на плоскости, равноудалённой от обоих контактирующих микрорельефов. Таким образом «третье тело» — переходный слой контакта заменяем более абстрактным объектом, позволяющим перейти к чисто математическим определениям и операциям. Назовём данный объект *переходной плоскостью электрического контакта* (ПП).

Разобьём переходную плоскость на множество элементарных участков одинаковой площади  $\Delta S$ , которые назовём контактными элементами (КЭ). Они располагаются в узлах регулярной сетки с шагом  $\Delta x$  по оси  $X$  и  $\Delta y$  — по оси  $Y$  (в практике вычислительного моделирования принимают  $\Delta x = \Delta y$ ).

Элементы рассматриваемой системы обладают различными *свойствами* в зависимости от способа передачи тока через них и объединены в соответствующие подсистемы, которые представляют собой семейства проводящих фрактальных кластеров различной природы. Система кластеров переходной плоскости является проекцией явлений контактной проводимости различного типа, так как проводящие объекты между двумя микрорельефами образованы различными видами структурной связи (непосредственное соприкосновение, контакт через окисную плёнку, через продукты износа, через низкотемпературную плазму). Проводящие кластеры проецируют на себя данные свойства в виде соответствующих математических моделей КЭ.

Процедура введения в рассмотрение переходной плоскости с регулярным множеством разнородных элементов, объединённых в кластеры по критерию идентичности свойств, является конкретным применением метода общесистемной декомпозиции. При этом бинарные отношения элементов двух связанных множеств (микрорельефов) заменяем соответствующими унарными отношениями — свойствами проводящего кластерного агрегата на ПП. Данный подход открывает возможность системного моделирования ЭФВ и изучения его интегральных (макроскопических) характеристик в рамках синергетической открытой системы.

Констатируем наличие внутренней системы бинарных отношений на множестве КЭ ПП. Обоснованием существования данных отношений является наличие различных физических полей, порождаемых энергетическим обменом

между двумя частями контактной пары. Так, например, в области контакта формируется нестационарное тепловое поле как суперпозиция отдельных тепловых полей проводящих кластеров. При этом каждый КЭ кластера является источником тепловой и электромагнитной энергии, оказывая влияние на свойства связанных с ним элементов.

Таким образом, обобщённая модель скользящего электрического контакта предстаёт как регулярная совокупность КЭ на переходной плоскости, обладающих свойствами и объединённых отношениями-связями. Однотипные проводящие КЭ образуют соответствующие кластеры. Свойства КЭ проявляются при приложении внешних воздействий к контактной паре. Бинарные отношения КЭ устанавливаются через посредство физических полей.

Описанная система является эволюционной, поскольку в первый момент времени приложения внешнего воздействия структура проводящих кластеров минимальна и является своеобразным зародышем, который в дальнейшем развивается. Эволюция проводящих кластеров происходит в результате изменения типа и величины проводимости сопряжённых с ним КЭ. Параметры роста кластеров определяются величинами внешних воздействий, эволюционными свойствами КЭ и их эволюционными отношениями.

Основные внешние воздействия, поступающие на входы системы «скользящий электрический контакт», можно подразделить на следующие категории: 1) контролируемые и целенаправленно регулируемые воздействия; к ним относятся постоянные составляющие электрического напряжения на контактной паре и усилия нажатия, скорость относительного перемещения элементов контактной пары; 2) контролируемые, но нерегулируемые воздействия (внешние условия); к ним относятся переменные составляющие электрического напряжения на контактной паре и усилия нажатия, температура и химический состав среды, рельеф контактирующих поверхностей; 3) неконтролируемые воздействия (возмущения).

Переходный слой представим совокупностью КЭ, размещённых в узлах регулярной сетки на ПП [2]. Каждый КЭ опишем вектором состояния  $\vec{V}$ , имеющим  $n$  компонент. Таким образом, определим контакт как ограниченную область  $\mathbf{W}$   $n$ -мерного векторного пространства состояний, которую можно описать соответствующей матрицей  $n$ -го порядка. Определяющей операцией на  $\mathbf{W}$  является преобразование координат данного пространства, которое задаётся гомоморфизмом класса  $\mathbf{F}$  (силовой вектор) на  $\mathbf{W}$  с определяющей операцией  $\mathbf{f}$  и автоморфизмом области  $\mathbf{W}$  с определяющими операциями  $\mathbf{w}_1$  и  $\mathbf{w}_2$ . Операция  $\mathbf{f}$  представляет собой абстрактное умножение силового вектора  $\mathbf{F}$  на  $\mathbf{W}$ . Базисом векторного пространства является орт единичных параметров КЭ. Т.е. класс  $\mathbf{W}$  с определяющими операциями  $\mathbf{w}_1$  и  $\mathbf{w}_2$  представляет собой кольцо конечной размерности с единицей. Заданные внутри  $\mathbf{W}$  бинарные операции можно охарактеризовать в общем виде следующим образом:  $\mathbf{w}_1$  — абстрактное сложение, реализующее полевую суперпозицию в пространстве состояний;  $\mathbf{w}_2$  — абстрактное умножение, реализующее эволюционные отношения элементов класса  $\mathbf{W}$ .

Компонентами силового вектора  $\mathbf{F}$  являются независимые входные воздействия: усилие нажатия  $\mathbf{F}_H$ , скорость относительного перемещения в кон-

тактной паре  $v_k$ , электрическое напряжение  $U$ , приложенное к контакту извне, температура внешней среды  $\theta_{CP}$ , вектор концентрации химических реагентов среды  $Z$ .

Основные компоненты вектора состояния контактного элемента разобьём на следующие классы:

1. Механический  $V_M$ :

- контактная жёсткость  $C_M$ ;
- контактное демпфирование  $K_k$ ;
- контактное сближение  $Y_k$ ;
- контактное усилие  $F_k$ ;
- микротвёрдость  $q$ ;
- плотность  $\rho$ ;
- коэффициент граничного трения  $k_{тр}$ .

2. Электрический  $V_E$ :

- напряжение  $U$  (одинаково для всех контактных элементов);
- напряжение фриттинга  $U_f$ ;
- электропроводимость  $\rho_{эл}$  или электросопротивление  $R$ ;
- контактная ёмкость  $C_{эл}$ ;
- ток  $I$  через КЭ.

3. Тепловой  $V_T$ :

- теплоёмкость  $C_\theta$ ;
- теплопроводность  $k$ ;
- температура плавления  $\theta_{II}$ ;
- температура испарения  $\theta_{II}$ ;
- мгновенная температура  $\theta$ .

4. Химический  $V_H$ :

- вектор химического состава  $\vec{h}$ ;
- интенсивность основных химических реакций  $V_{\vec{h}}$ .

Определим вектор состояния суммой четырёх составляющих  $V = V_M + V_E + V_T + V_H$ . Описанные классы компонентов вектора состояния содержат не только параметрические, но и энергетические составляющие  $F_k$ ,  $I$ ,  $\theta$ . Поэтому классифицируем компоненты по их роли в определяющих операциях  $w_1$  и  $w_2$  на  $W$ . В результате получим два подкласса — параметрический и энергетический, которые определяют составляющие вектора состояния  $V = V_B + V_F$ .

Воздействие силового вектора  $F$  на вектор состояния  $V$  передаётся через энергетическую составляющую  $V_F$  следующим образом. Для подкласса  $V_M$  усилие нажатия  $F_H$  влияет на величину контактного усилия  $F_k$  и сближения микрорельефов  $Y_k$  в каждом КЭ. Т.к. все компоненты подкласса  $V_B$  в разной степени зависят от контактного усилия, то  $V_B = f(F_H)$ .

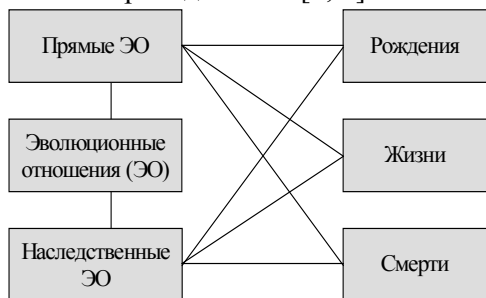
Напряжение  $U$  одинаково для всех КЭ, однако величина тока будет разной по причине различных типов и характеристик проводимости, разной температуры, сближения и т.д. Кроме того, протекание тока приводит к выделению в КЭ определённой мощности и повышает температуру  $\theta$ , которая существенно

влияет как на проводимость данного элемента, так и на проводимость связанных с ним областей.

В каждом КЭ присутствуют в различной концентрации вещества и соединения, которые могут вступать друг с другом и с материалами тел контактной пары в реакции, быть пассивными или являться катализаторами и ингибиторами других реакций. Причём, обобщающий подход, использующий понятие контактной плоскости и векторного пространства, не требует разграничения реагентов по их физической принадлежности. Поэтому можно констатировать, что в каждом контактном элементе протекают процессы генерации и разложения химических соединений. В основном это окислительные и восстановительные реакции, на которые значительное влияние оказывает локальная температура, а также электролитические процессы, зависящие от величины тока.

По отношению к основной функции — токопередаче — векторное поле состояний  $\mathbf{W}$  представим как множество ограниченных зон, которые можно разделим на два основных типа: проводящих элементов  $\mathbf{W}_\Pi$  и непроводящих элементов  $\mathbf{W}_\text{H}$ . Термин «непроводящая зона» является в определённой мере условным, т.к. проводимость существует, но она существенно ниже, чем для «проводящих зон».

Зоны контактной проводимости представляют собой синергетические структуры — кластеры, развитие которых напоминает перколяцию с вытеснением [3–6]. Растущие кластеры проводимости объединяются во фрактальные образования — кластерные агрегаты, которые также являются кластерами. Их размерность в заданный момент времени определяет мгновенное значение контактной проводимости [5, 6].



Абстрактная операция  $w_2$  реализует эволюционные отношения (ЭО) элементов класса  $\mathbf{W}$ , которые в процессе развития кластеров сохраняют постоянную структуру.

Прямые ЭО устанавливают законы развития системы внутри каждого цикла генерации кластеров, наследственные — определяют правила передачи эволюционных свойств из поколения в поколение.

Преобразование пространства состояний связано с наличием автоморфизма в области  $\mathbf{W}$  и инерционности компонентов вектора состояния. Структуру характеризует количественное и качественное соотношение классов  $\mathbf{W}_\Pi$  и  $\mathbf{W}_\text{H}$ , представляющих кластерные агрегаты. Визуально представим данные структуры, используя сечения пространства состояний по определённым характеристическим координатам. Условимся базовыми сечения по электропроводимости  $\rho_{\text{эл}}$ , температуре  $\theta$  и контактному сближению  $\mathbf{Y}_k$ , которые при вычислениях представим матрицами натуральных чисел, а при графическом отображении — оттеночными портретами. На них интенсивности цвета каждого эле-

мента соответствует численное значение отображаемой компоненты вектора состояния.

Состояние КЭ определим положением изображающей точки в  $n$ -мерном пространстве  $W$ , а изменение состояния — фазовой траекторией. Состояние системы представим изображающей областью, охватывающей все изображающие точки КЭ, а изменение состояния системы — семейством фазовых траекторий КЭ, представляющих след изображающей области в  $n$ -мерном пространстве состояний. Векторное подпространство  $W$  опишем матрицей  $\|V_{ij}\|$  векторов состояния.

$$\|V_{ij}\| = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Гомоморфизм силового вектора  $F$  с компонентами  $F_n, v_k, U, Z$  в пространство состояний  $W$  зададим операцией абстрактного умножения матрицы элементов  $\|V_{ij}\|$  на элемент  $F$ .

$$\begin{aligned} F \otimes W &= F \otimes \|V_{ij}\| = \\ &= F \otimes \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \otimes v_{11} & F \otimes v_{12} & \dots & F \otimes v_{1n} \\ F \otimes v_{21} & F \otimes v_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F \otimes v_{m1} & F \otimes v_{m2} & \dots & F \otimes v_{mn} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

Автоморфизм на множестве  $W$  определим операцией абстрактного суммирования его элементов по следующему правилу:

$$v_{i,j} = \begin{cases} v_{i,j} \oplus v_{i,j+1}, & \text{если } \exists v_{i,j+1} \in W \\ v_{i,j} \oplus v_{i,j-1}, & \text{если } \exists v_{i,j-1} \in W \\ v_{i,j} \oplus v_{i+1,j}, & \text{если } \exists v_{i+1,j} \in W \\ v_{i,j} \oplus v_{i-1,j}, & \text{если } \exists v_{i-1,j} \in W \end{cases}. \quad (3)$$

Последнее выражение определяет взаимодействие элементов переходного слоя через посредство физических полей, главным образом — через тепловое поле.

В автоморфизме на множестве  $W$  участвуют все компоненты вектора состояния, связанные функциональными зависимостями через энергетическую составляющую  $V_F$ . Данные зависимости в общем виде можно представить следующим образом:

– механический класс:

$$C_k = f(\theta, Y_k, \hbar);$$

$$K_k = f(\theta, Y_k, \hbar);$$

$$Y_k = f(F_k, C_k, K_k, v_k);$$

$$F_k = f(F_H, Y_k, I);$$

$$\rho = f(\theta, \hbar);$$

– электрический класс:

$$\rho_{ЭЛ} = f(\theta, Y_k, \hbar, \tilde{\lambda}),$$

где  $\tilde{\lambda}$  - фрактальная размерность кластера, содержащего КЭ;

$$U_\phi = f(\theta, \hbar, Y_k);$$

$$C_{ЭЛ} = f(Y_k, \hbar, \theta);$$

$$I = f(U, \rho_{ЭЛ});$$

– тепловой класс:

$$C_\theta = f(\rho, \theta, \hbar);$$

$$k = f(\rho, \hbar, \theta);$$

$$\theta = f(I, \rho_{ЭЛ}, C_\theta, q, Y_k, v_k);$$

$$\theta_{II} = f(\hbar);$$

$$\theta_{II} = f(\hbar);$$

– химический класс:

$$\hbar = f(Z, \theta);$$

$$v_{\hbar} = f(\hbar, \theta, \rho).$$

Для насыщения математической модели конкретными алгебраическими соотношениями раскроем функциональные зависимости в порядке их следования, делая по ходу изложения необходимые допущения и упрощения. Раскрытию каждого класса компонент посвящена отдельная статья.

## Выводы

В рамках изучения электрофрикционного взаимодействия в электрических машинах разработаны общие подходы к построению системы имитационного динамического моделирования скользящего электрического контакта. Приведены математические соотношения для основных классов компонент вектора состояния контактного элемента. В дальнейшем предполагается последовательное раскрытие математического аппарата по каждому классу компонент модели: механического  $V_M$ , электрического  $V_E$ , теплового  $V_T$ ; химического  $V_H$ .

## Литература

1. Плохов И. В. Модель динамики токопередачи через скользящий контакт. Электротехника. №2. 2005. С. 28–33.
2. Плохов И. В. Комплексная диагностика и прогнозирование технического состояния узлов скользящего токосъёма турбогенераторов. Диссертация д.т.н. С.-Петербург, СПбГПУ, 2002.



3. Федер Е. Фракталы. М. :Мир. 1991.
4. Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров. М. : Наука. 1991.
5. Фракталы в физике / Труды VI международного симпозиума по фракталам в физике. М. : Мир. 1988.
6. Плохов И. В., Савраев И. Е. Вычислительная модель развития перколяционных кластеров контактной проводимости // Труды Псковского политехнического института. С.-Петербург/Псков : СПбГТУ, 1997. Вып.1. С.51–54.

*I. V. Plohov, A. V. Iliin, O. I. Kozyreva*

## **GENERAL APPROACHES TO SIMULATION OF THE DYNAMICS ELECTRO FRICTION ENGAGEMENT**

*Electro friction engagement in electric machines is considered. General approach for building of the dynamic simulation system slide electric contact is developed. Mathematical relations for general groups components of state vector of contact element are given.*

**Keywords:** electro friction engagement, slide electric contact, simulation system, fractal clusters.

Плохов Игорь Владимирович — заведующий кафедрой «Электропривод и системы автоматизации» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, д.т.н., профессор, igor\_plohov@list.ru.

Ильин Александр Викторович — старший преподаватель кафедры «Электропривод и системы автоматизации» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, аспирант, al.ilyin@yandex.ru.

Козырева Оксана Игоревна — старший лаборант кафедры «Электропривод и системы автоматизации» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, аспирант, ks\_33n@rambler.ru.

УДК 51-74; 62-768.3

*И. В. Плохов, А. В. Ильин, О. И. Козырева*

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ**

*Рассматривается динамическая модель электрофрикционного взаимодействия. Заданы три основных класса компонент вектора состояния: механический, тепловой и химический, для которых приведены основные математические соотношения.*

**Ключевые слова:** электрофрикционное взаимодействие, компоненты вектора состояния, скользящий электрический контакт, контактный элемент, динамическая модель.

Для реализации динамической модели электрофрикционного взаимодействия (ЭФВ) необходимо определить компоненты вектора состояния [1, 2]. В данной статье уделим внимание заданию трёх основных классов компонент: