

CALCULATION OF ERROR IN PROCESSING ELECTROEROSION WIRE CUTTING OUT OF STRAIN ELECTRODE

This article is about the problem of calculating the profile of the electrode-wire under fairly general conditions on the properties of the electrode and the applied load. Are general and particular solutions of differential equations that describe the shape of the electrode.

Keywords: wire cutting, EDM, distributed load, curve equation, polynomial, harmonic.

Солнышкин Николай Петрович — профессор кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, канд. техн. наук, доцент.

Самаркин Александр Иванович — доцент кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, канд. техн. наук, доцент, Alex_Samarkin@mail.ru.

Негина Оксана Витальевна — старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, oxana_neg@mail.ru.

УДК 67.05

В. Л. Васильев, Е. Н. Иванов, Е. А. Евгеньева

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ НА МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКАХ

Рассматривается математическая модель механизма образования погрешностей при обработке на металлорежущих станках с целью получения аналитических зависимостей влияния входных параметров точности на выходную точность обработанной детали.

Ключевые слова: математическая модель, координатные системы, погрешности, статическая, динамическая настройка.

Обработка по методу обката является наиболее сложной из существующих методов. Образование погрешностей обработки рассматриваем как пространственные перемещения и повороты координатных систем, построенных на деталях, размеры которых являются составляющими звеньями размерной цепи. Замыкающим звеном размерной цепи является относительное положение координатных систем, построенных на режущих кромках инструмента и технологических базах обрабатываемой детали [1, 2].

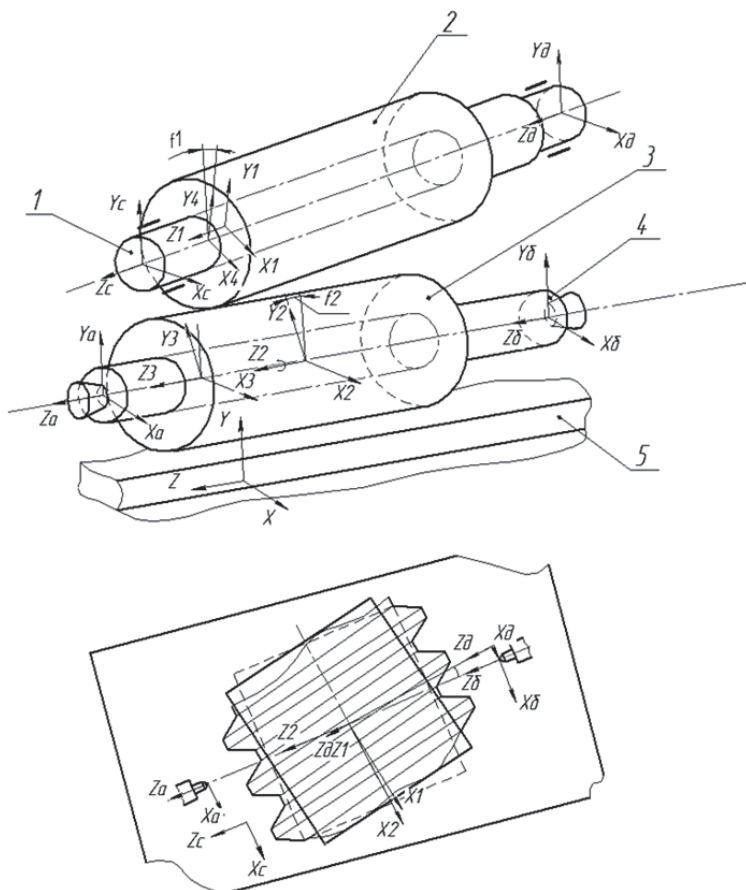
Первым этапом математического описания процесса образования погрешности обработки является выявление звеньев технологической системы, перемещение и повороты которых непосредственно сказываются на точности детали. Выявление указанных звеньев осуществляется посредством размерного анализа с использованием теории базирования.

Рассмотрим зацепление шевера и колеса как зацепление двух винтовых колёс с перекрещивающимися осями.

Точность изготовления зубчатого колеса зависит от точности взаимного положения шевера и колеса и точности положения контактной точки на линии зацепления.

Точность положения точки, линии или плоскости одной детали относительно точки, линии или плоскости другой детали определяется числом степеней свободы перемещения по направлению координатных осей и поворота вокруг этих осей. Каждая такая степень свободы указывает на необходимость выявления и расчёта соответствующей размерной цепи. Число замыкающих звеньев, а следовательно и число необходимых для расчёта размерных цепей, всегда равно числу степеней свободы перемещений или поворотов, определяющих точность относительного положения деталей. В результате погрешностей установки, статической и динамической настройки зубчатое колесо дополнительно переместится по трём координатным осям ΔX , ΔY , ΔZ и повернётся вокруг этих осей на углы ΔA , ΔB , ΔC .

Анализ размерных цепей технологической системы показал, что размерные цепи многозвенные. Если на каждой из деталей, входящих в размерную цепь, строить координатные системы, то математическое выражение механизма образования погрешностей получается громоздким, а его анализ трудоёмким. Объединяем составляющие звенья размерной цепи в группы, рассматривая каждую группу звеньев как приведённое звено. Учитывая результаты предыдущих работ, рассматриваем только обрабатываемую деталь, оправку, шпиндель, режущий инструмент и станину. Через каждую из деталей, входящих в размерную цепь технологической системы, замыкающим звеном которой является относительное расстояние или поворот технологических баз обрабатываемой детали или инструмента, проводим координатную систему. Обозначим координатные системы, жёстко связанные соответственно с режущим инструментом, через X_1 , Y_1 , Z_1 , обрабатываемой деталью — через X_2 , Y_2 , Z_2 , с приспособлением — через X_3 , Y_3 , Z_3 , с шпинделем — через X_4 , Y_4 , Z_4 , с направляющими станины — через X_5 , Y_5 , Z_5 . Полученные координатные системы жёстко связаны с деталями технологической системы, которые лишены посредством опорных точек соответствующего числа степеней свободы. Для описания влияния переменных звеньев технологической системы через перемещения и повороты координатных систем связываем координатные системы посредством опорных точек. В итоге получаем эквивалентную схему технологической системы шевинговального станка (рисунок 1). За базовую модель принят шевинговальный станок мод. 5702В.



1 — шпиндель инструмента; 2 — шевер; 3 — зубчатое колесо;
4 — оправка; 5 — стол станка

Рис. 1. Координатные системы деталей и узлов технологической системы шевинговального станка

Расчёт перемещений по осям и углам поворота вокруг осей в результате установки и статической настройки

Определение перемещений по осям и углам поворота вокруг осей производим с использованием методики, изложенной в работе [3] и данных, приведённых в ГОСТ 13281-77.

Для общего случая, когда расчётная схема содержит различные виды аргументов, допуск конечного размера:

$$T_{\Sigma} = \frac{1}{K_{\Sigma}} \sqrt{K_{\Sigma S}^2 \cdot T_{\Sigma S}^2 \cdot C_i^2 + K_{\Sigma V}^2 \cdot T_{\Sigma V}^2 \cdot C_i^2 + K_{\Sigma f}^2 \cdot T_{\Sigma f}^2 \cdot C^2 + K_{\Sigma z}^2 \cdot T_{\Sigma z}^2 \cdot C_i^2 + 2 \sum_{ij} C_i \cdot C_j \cdot Z_{ij} \cdot K_i \cdot T_i \cdot T_j} \quad (1)$$

где S — скалярные величины; v — векторные величины; f — функционально-зависимые величины; z — сопряжения деталей с зазором; C_i — коэффициент приведения i -ой величины; K_i — коэффициент относительной асимметрии и от-

носителем рассеивания i -го размера; R_{ij} — коэффициент корреляции между составляющими звеньями размерной цепи; T_i — допуск составляющего звена.

Поскольку получение размеров звеньев размерной цепи осуществляется независимо друг от друга, то коррекция между погрешностями размеров отсутствует. Следовательно, $R_{ij} = 0$ и вся сумма $\sum_{i < j}$ обращается в ноль. При установке и статической настройке функциональные перемещения, источниками которых служат непостоянство силы резания и температуры, отсутствуют.

В рассматриваемых размерах цепях число звеньев больше пяти, поэтому согласно рекомендациям, принимаем:

$$K_s = 1; K_y = 0,75.$$

Расчёт погрешности положения для наиболее характерных случаев сопряжения деталей выполнен по методике.

При сопряжении деталей с зазором, когда зазоры полностью набираются в одном направлении (рисунок 2), принимаем:

$$K_z \cdot T_z^2 = \frac{1}{4} C_z^2 \cdot \cos^2 \theta \left(K_a^2 \cdot T_a^2 + K_b^2 \cdot T_b^2 \right), \quad (2)$$

где $K_a = K_b = 1,2$ (индекс «а» соответствует отверстию, а индекс «в» — валу; θ — угол между направлением линии смещения осей и линией конечного размера).

$$\theta = \arctg \frac{P_x}{P_y} 15^\circ \quad (3)$$

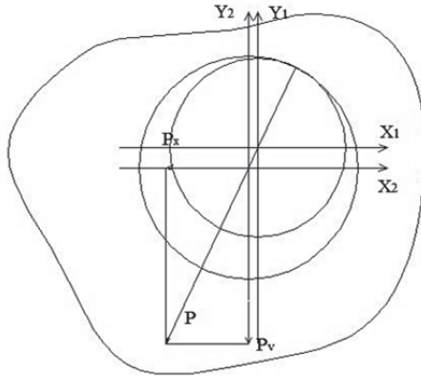


Рис. 2. Направление линии смещения осей

Погрешность положения детали — поворот плоскости на диаметре d_a , при основной базе — торце:

$$T_\Sigma = 0,85 \cdot \sqrt{\left(\frac{d_a}{d_o} \right)^2 \cdot T_{1;i}^2 + T_{2;i}^2} \quad (4)$$

где $T_{1;i}$ — допуск перпендикулярности торца буртика вала на диаметре d_o ; $T_{2;i}$ — допуск параллельности торцов детали на диаметре d_a ; $i = 1,2$; 1 индекс относится к шевру, 2 — к зубчатому колесу.

Погрешность положения на длине b мм (рисунок 3):

$$A_i = (T_{\Sigma} \cdot b) / d_a \quad (5)$$

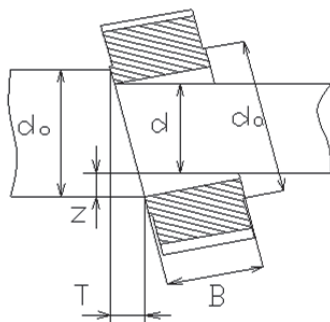
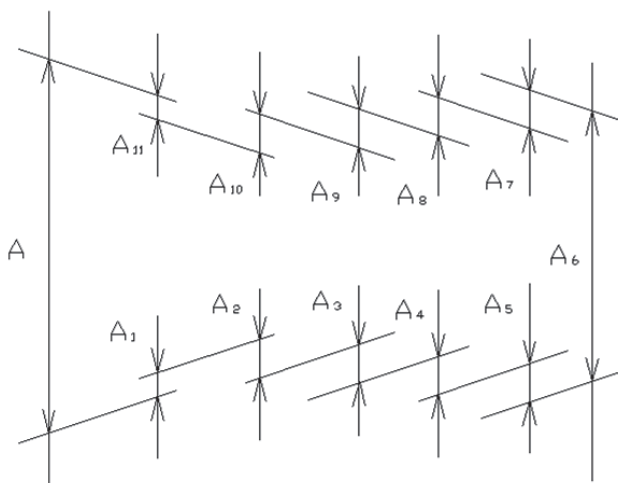


Рис. 3. Погрешность положения

Перемещение по оси ОУ.

Приведённая схема размерной цепи по оси ох представлена на рисунке 4.



$A_{1,S}$ — параллельность оси шпинделя направлению перемещения стола;

$A_{2,V}$ — радиальное биение центрирующей шейки шпинделя (3 мкм);

$A_{3,V}$ — отклонение положения оси шевера от оси шпинделя; $A_{4,S,K}$ — погрешность компенсатора и позиционирования, 10 мкм; $A_{5,V}$ — радиальное биение правого центра; A_6 — расстояние между осью шпинделя и геометрической осью центров; A_7 — отклонение положения оси зубчатого колеса от оси оправки; $A_{8,V}$ — радиальное биение левого центра;

$A_{9,S}$ — отклонение от параллельности перемещения стола на длине шевингования;

$A_{10,V}; A_{11,V}$ — отклонение от соосности центров передней и задней бабки относительно геометрической оси; A_{Δ} — расстояние между осями вращения шевера и колеса в средней плоскости

Рис. 4. Приведённая схема размерной цепи

Коэффициенты приведения:

$$C_1 = \frac{b_1}{l_u}; C_2 = 1; C_3 = 1; C_4 = 1; C_5 = \frac{l_1}{l_0}; C_6 = 1; C_7 = 1;$$

$$C_8 = \frac{l_2}{l_0}; C_9 = \frac{L}{l_{uzm}}; C_{10} = \frac{l_1}{l_2}; C_{11} = \frac{l_2}{l_0},$$

где L — длина шевингования; b_1 — ширина шевра; L_u — длина шейки шевра, на которой производится измерение, $L_i = 100 \text{ мм}$; l_1, l_2 — расстояние между средней плоскостью и левым и правым центрами.

Погрешность установки шевра:

$$A_3 = \delta_l = \left(0,85 \cdot \sqrt{\left(\frac{m_1 \cdot z_1}{d_0} \right)^2 \cdot 0,007^2 + 0,008^2} \right) \cdot \frac{b_l}{m_1 \cdot z_1} \quad (6)$$

где m_1 — модуль, мм; Z_1 — число зубьев шевра.

Погрешность установки колеса:

1. Основная база — отверстие.

а) жесткая оправка.

Обозначим

$$A'_{7,0} = 0,85 \sqrt{\frac{I}{4} \cdot (K_{a2;l}^2 \cdot T_{a2;l}^2 + K_{b2;l}^2 \cdot T_{b2;l}^2) + A_{I5}^2 + (2 \cdot n)^2} \quad (7)$$

где A_{I5} — радиальное биение посадочного отверстия колеса; n — отклонение от соосности посадочной шейки оправки относительно общей оси.

б) разжимная оправка с центрирующим зажимным элементом.

Обозначим

$$A'_{7,0} = 0,85 \sqrt{A_{I5}^2 + (2n)^2} \quad (8)$$

тогда $A_{7,0} = A'_{7,0} \cdot \cos \theta$.

2. Основная база — торец.

Обозначим

$$A'_{7,T} = \left(0,85 \cdot \sqrt{\left(\frac{m_2 \cdot z_2}{d_{02}} \right)^2 \cdot T_{2,1}^2 + T_{2,2}^2} \right) \cdot \frac{b_2}{m_2 z_2} \quad (9)$$

тогда

$$A_{7,T} = A'_{7,T} \cdot \cos \theta \quad (10)$$

Выполним преобразования и введём обозначения:

$$\delta = \sqrt{5,625 \cdot 10^{-7} + 1,37 \cdot 10^{-9} \cdot L^2 + 1,4 \cdot 10^{-5} \cdot \left[2 + \left(\frac{l_2}{l_0} \right)^2 \right] + 0,5625 \cdot \left[\left(\frac{l_1}{l_d} \right)^2 \cdot A_{I0}^2 + \left(\frac{l_2}{l_0} \right)^2 \cdot A_{I1} + \left(\frac{l_1}{l_0} \right)^2 \cdot A_5^2 \right]} \quad (11)$$

$$T'_x = \sqrt{\delta^2 + A_4} \quad (12)$$

Аналогичные расчёты выполним для остальных осей.

Перемещение по оси ОУ в результате установки и статической настройки можно записать в виде:

$$\Delta X_{CTi} = \sqrt{(T'_x)^2 + \delta_1^2 + A_2^2},$$

где $i = 0, T$.

Индекс «0» при основной базе — отверстия, индекс «Т» при основной базе — торце.

Суммарная погрешность:

$$Y_{\Sigma} = \sqrt{\gamma \sum^2(xoy) + \gamma \sum^2(yoz)}.$$

Погрешность положения контактной точки в направлении

$$\text{Оси X: } Y_x = Y_{\Sigma} \cdot \cos \beta_{b1} \cdot \sin \alpha_{t1}$$

$$\text{Оси Y: } Y_y = Y_{\Sigma} \cdot \cos \beta_{b1} \cdot \cos \alpha_{t1}$$

Суммарная погрешность установки, и статической настройки:

$$\text{по оси ОХ: } \Delta X_{CT} = \sqrt{\Delta T_{xi}^2 + Y_x^2}$$

$$\text{по оси ОУ: } \Delta Y_{CT} = \sqrt{\Delta T_{yi}^2 + Y_y^2},$$

где $i = T, 0$.

Поворот вокруг оси ОУ.

Приведённая схема угловой размерной цепи, определяющая точность угла между осями шевера и колеса, приведена на рисунке 5.

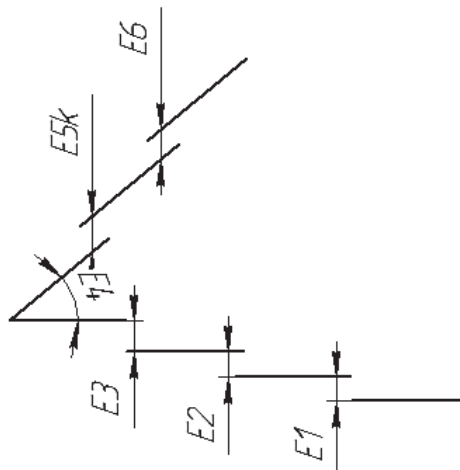


Рис. 5. Приведённая схема угловой размерной цепи

Здесь $\Sigma_{1,Z}$ — отклонение положения оси шевера от оси шпинделя;
 $\Sigma_{2,Y}$ — погрешность угла, вызванная отклонением от соосности посадочной

шейки оправки относительно центров; $\Sigma_{3,Y}$ — погрешность угла вследствие радиального биения центров; Σ_4 — номинальный угол поворота оси шпинделя относительно оси центров; $\Sigma_{5,S,K}$ — отклонение угла, обусловленное погрешностью компенсатора; $\Sigma_{6,Z}$ — погрешность угла, вызванная несовпадением оси колеса с осью оправки; Σ — отклонение межосевого угла передачи. $\Sigma_I = A_3 / b_I$; $\Sigma_2 = 2\gamma$; $\gamma = 2n / l_0$ l_0 — длина оправки; A_5 — радиальное биение центров.

$$\Sigma_3 = 2\psi; \quad \psi = 2A_5 / l_0; \quad \Sigma_5 = \arctg \frac{\delta}{r};$$

где r — расстояние от оси вращения до места крепления индикатора, $r = 250$ мм; δ — погрешность индикатора.

Коэффициент приведения $C_i = 1$

Погрешность угла Σ_6 при базировании колеса:

а) по торцу: б) по отверстию:

$$\Sigma_{6,T} = \frac{A_{7,T}}{b_2}; \quad \Sigma_{6,0} = \frac{Z_m}{b_2}.$$

Погрешность угла поворота вокруг оси ОУ:

$$\Delta\alpha_{CT} = \frac{1}{K_\Sigma} \cdot \sqrt{\sum_1^n K_n^2 \cdot T_n^2 + C_6^2 \sum_{6,i}^2 K_6^2};$$

где $n = 1 \dots 5$; $i = T, 0$.

Расчёт перемещений в результате динамической настройки

В процессе шевингования методом свободного обката в точках контакта, перемещающихся по линиям зацепления, возникают силы резания, которые можно разложить на три составляющие и привести к полюсу зацепления.

Расчёт перемещений в результате динамической настройки выполнен, используя известную методику.

Жёсткость узлов по осям:

$$i_{cx} = 65 \text{ н/мкм}; i_{nx} = i_{ny} = 59 \text{ н/мкм};$$

$$i_{cy} = 42 \text{ н/мкм}; i_{dx} = 60 \text{ н/мкм};$$

$$i_{cz} = 54 \text{ н/мкм}; \quad i_{dy} = 41 \text{ н/мкм};$$

$$i_{ax} = 30 \text{ н/мкм}; i_{bx} = 32 \text{ н/мкм};$$

$$i_{ay} = 21,5 \text{ н/мкм}; i_{by} = 21,5 \text{ н/мкм};$$

$$i_{az} = 28 \text{ н/мкм}; \quad i_{bz} = 28 \text{ н/мкм}.$$

Для начальных условий:

диаметр шевра $d_1 = 212$ мм;

диаметр колеса $d_2 = 80$ мм;

диаметр оправки $l = 150$ мм.

Составляющие силы резания (Н):

$$P_x \text{ max} = 1250; \quad P_x \text{ min} = 500;$$

$$\begin{aligned}
P_y \max &= 420; & P_y \min &= 180; \\
P_z \max &= 640; & P_z \min &= 300; \\
M_u &= 50; & M_k &= 20; \\
P_{\text{нпо}} &= 1000;
\end{aligned}$$

где P_{\max} и P_{\min} — максимальная и минимальная силы резания при повороте колеса на один угловой шаг. Рассчитана суммарная упругая деформация технологической системы и приведена к системы координат, связанной с обрабатываемой деталью XYZ_2 . Перемещения по осям и углам поворотов вокруг осей в результате установк статической и динамической настройки:

$$\begin{aligned}
\Delta X_{\Sigma} &= \sqrt{\Delta X_{\Sigma CT}^2 + \Delta X_{\text{дин. мин}}^2} + \delta x \partial \partial i. \\
\Delta Y_{\Sigma} &= \sqrt{\Delta Y_{\Sigma CT}^2 + \Delta Y_{\text{дин. мин}}^2} + \delta y \partial \partial i. \\
\Delta Z_{\Sigma} &= \Delta Z \partial \partial i. \\
\Delta B_{\Sigma} &= \sqrt{\Delta \alpha_{CT}^2 + \Delta \alpha_{\text{дин. мин}}^2} + \delta \alpha \partial \partial i. \\
\Delta B_{\Sigma} &= \sqrt{\Delta B_{CT}^2 + \Delta B_{\text{дин. мин}}^2} + \delta B \partial \partial i. \\
\Delta C_{\Sigma} &= \sqrt{\Delta \gamma_{CT}^2 + \Delta \gamma_{\text{дин. мин}}^2}
\end{aligned}$$

При расчёте погрешностей широко применяется метод конечных элементов.

Влияние погрешностей на точность формообразования

Пусть уравнение эвольвентой винтовой поверхности шевера записать в виде [4]:

$$\begin{aligned}
r_1 &= (r_{b1} \cdot \cos V + U \cos Y_{b1} \cdot \sin V) \cdot i + (r_{b1} \cdot \sin V - U \cdot \cos Y_{b1} \cdot \cos V) \cdot j + \\
&+ (PV - U \sin Y_{b1}) \cdot k
\end{aligned}$$

где: r_{b1} — радиус основной окружности шевера; Y_{b1} — угол подъёма винтовой линии на основном цилиндре; P — винтовой параметр, $P = r_{b1} \cdot \text{tg} Y_{b1}$; U, V — криволинейные координаты.

Уравнение поверхности, сопряжённой заданной, при идеальном переходе от системы S_1 к системе S_2 :

$$r_2 = M_{2,1} \cdot r_1,$$

где $M_{2,1}$ — матрица перехода из системы S_1 в систему S_2 .

Пусть система S_2 в результате установки, статической и динамической настройки повернулась вокруг своих осей на бесконечно малые углы $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ и переместилась по осям на бесконечно малые расстояния $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$.

Тогда матрица перехода от S_1 к S_2 :

Матрица перехода от S_1 к S_2'' будет иметь вид:

$$M_{2^*2} = \begin{vmatrix} 1 & \Delta C_2 & -\Delta B_2 & \Delta X_2 \\ -\Delta C_2 & 1 & \Delta A_2 & \Delta Y_2 \\ \Delta B_2 & -\Delta A_2 & 1 & \Delta Z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Уравнение поверхности, сопряжённой с заданной, с учётом погрешностей перемещения по осям $\in X$, $\in Y$, $\in Z$ и поворотов вокруг осей $\in A$, $\in B$, $\in C$:

$$\vec{r}_2 = M_{2^*1} \cdot \vec{r}_1 = M_{21} \cdot \vec{r}_1 + \delta M_{21} \cdot \vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \Delta \vec{r}_2$$

где $\delta M_{21} = M_{2^*1} - M_{21}$.

Разница векторов \vec{r}_2 и \vec{r}_2' определяет погрешность профиля. Чем меньше будет вектор $\delta \vec{r}_2 = \delta M_{21} \cdot \vec{r}_1$, тем точнее будет обработана поверхность.

Получены формулы, которые связывают в явном виде выходную точность с первичными погрешностями на входе. Это позволяет оценить степень влияния технологических факторов на точность колеса.

Определение степени влияния технологических факторов на точность формообразования производилось с использованием методов многофакторного планирования экспериментов.

Технологические факторы были разбиты на группы: станок, приспособление, деталь, процесс резания.

Наибольшее влияние на точность формообразования оказали следующие факторы: колебание сил резания, радиальное биение центров, тип оправок и параллельность торцов зубчатого колеса.

Экспериментальная проверка показала, что разница между экспериментальными и расчётными данными находится в пределах погрешности измерений. Это подтверждает правильность полученных аналитических зависимостей выходной точности обработанных деталей от первичных погрешностей на входе.

Представлена математическая модель механизма образования погрешностей при обработке зубчатых колёс по методу обката (при шевинговании). Получены аналитические зависимости, связывающие в явном виде выходные параметры точности детали с элементарными погрешностями на входе.

Данная методика может быть применена для анализа зубчатых передач, редукторов и других механизмов и технологических машин.

Литература

1. Решетов Д. Н., Портман В. Т. Точность металлорежущих станков. М.: Машиностроение, 1986. 336с.
2. Чернянский М. П. Основы проектирования точных станков. Теория и расчёт 2010. Изд-во «КноРус».
3. Конструирование узлов и деталей машин [Текст]: учеб. пособие / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов. 11 изд., стер. М.: Академия, 2008. 496 с.
4. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. 584с.

ACCURACY ANALYSIS IN METAL CUTTING PROCEDURE

The article focuses on the mathematical model of errors` forming mechanism in metal cutting procedure aimed at obtaining analytical dependence influence of input parameters on output accuracy of the tart machined.

Keywords: mathematical model, coordinate system, errors, static, dynamic tuning.

Васильев Владимир Леонидович — доцент кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, канд. техн. наук, доцент.

Иванов Евгений Николаевич — инженер кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ.

УДК 621.4

М. С. Шерстюков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСКАЕМЫХ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СИСТЕМЕ «РОЛИК РОМБОИДА — КУЛАЧОК» РОТОРНО-ЛОПАСТНОГО ДВИГАТЕЛЯ С ВНЕШНИМ ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ

Приведена методика расчёта допускаемых контактных напряжений. Определён перечень факторов влияющих на значение допускаемых контактных напряжений.

Ключевые слова: кулачок, коэффициент долговечности, напряжения, средняя твёрдость поверхности.

В настоящее время в Псковском государственном университете проводятся научно-исследовательские работы по созданию нового теплового двигателя — роторно-лопастного с внешним подводом теплоты [1]. Одним из ответственных узлов двигателя является рычажно-кулачковый преобразователь движения, преобразующий вращательно-колебательное движение лопастей в однонаправленное равномерное вращение выходного вала. От надёжности работы этого узла зависит надёжность всего двигателя.

Основным элементом преобразователя движения является четырёхзвенный ромбoid, вершины которого *A, B, C, D* обкатывают кулачок (рисунок 1).