

## К РАСЧЁТУ ПОГРЕШНОСТИ ОБРАБОТКИ ПРИ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОЙ ПРОВОЛОЧНОЙ РЕЗКЕ ВСЛЕДСТВИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ЭЛЕКТРОДА

*Рассматривается проблема расчёта профиля электрода-проволоки при достаточно общих ограничениях на свойства электрода и прилагаемой нагрузки. Приведены общие и частные решения дифференциальных уравнений, описывающих форму электрода.*

**Ключевые слова:** проволочная резка, распределённая нагрузка, уравнение кривой, полином, гармоника.

### Введение

Проволочная резка осуществляется электродом, выполненным из латуни или твёрдого сплава  $d = 0,1-0,3$  мм, протягиваемым через направляющие фильеры, расстояние между которыми  $l$  составляет 10 мм и более (типичная толщина деталей типа матриц штампов составляет 30–60 мм), таким образом, длина между направляющими превышает диаметр электрода на 2 порядка и более.

Электрод подвергается воздействию значительного числа силовых факторов имеющих различную природу возникновения и характер воздействия (динамический или статический). Помимо усилия натяжения нити следует отметить воздействие от прокатки диэлектрика, воздействие силовых факторов от единичного разряда (от собственно разряда, расширяющегося газового пузырька в зоне канала разряда, кавитационные силы), полный расчёт которых сопряжён со значительными трудностями.

Вместе с тем, установившаяся под действием суперпозиции силовых факторов форма электрода отражается на боковом профиле обрабатываемой заготовки и как расчёт такой формы в общем случае (под воздействием произвольных сил), так и оценка воздействующих на электрод сил по его профилю имеют значение для расчётов точности электроэрозионной резки.

Так как электрод можно рассматривать как гибкую нить (ввиду того, что  $l > d$ ) напомним известные положения о равновесии гибкой нити, изложенные, например, в работе [2].

Рассмотрим гибкую невесомую нерастяжимую нить пренебрежимо малого диаметра. Нить натянута горизонтально продольной силой  $T$  и подвергается поперечному (вертикальному) воздействию распределённой нагрузки  $q$  (см. рисунок 1).

Рассматривая равновесие некоторого малого участка нити (рисунок 2) можно отметить, что при отсутствии продольного компонента распределённой нагрузки  $H_1 - H_2 = 0$ , откуда  $dH = 0$ , поэтому:  $H = const$ .

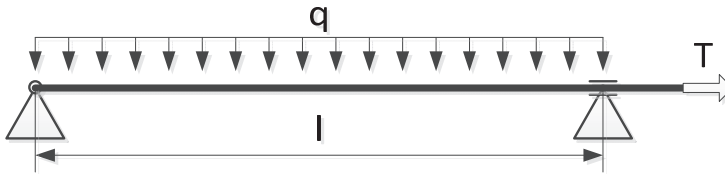


Рис. 1. Распределённая нагрузка на нить

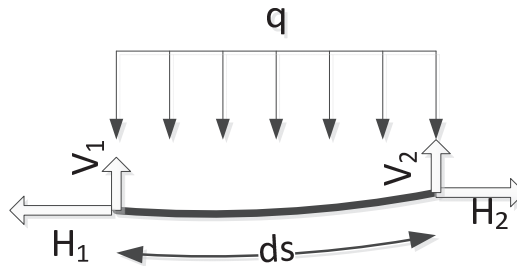


Рис. 2. Малый участок нити

Таким образом, горизонтальная составляющая силы натяжения нити является постоянной, а общая сила натяжения меняется за счёт изменения её вертикальной компоненты. Заметим также, что равнодействующая силы натяжения на участке  $T(x)$ :

$$T(x) = H \cdot \frac{ds}{dx}, \quad (1)$$

здесь  $ds$  — дифференциал длины дуги нити, причём:  $ds = \sqrt{1 + (y')^2} dx$ , [1].

Равновесие участка нити в вертикальном направлении зависит от характера действия распределённой нагрузки. В цитируемой работе рассматриваются два основных случая: нагрузка является массовой, то есть воздействует по длине нити и распределённая нагрузка, воздействующая по длине пролёта (случай нити с малой стрелой провисания).

Рассмотрим последний случай (случай нити с малой стрелой провисания), который является более простым.

Равновесие участка нити в горизонтальной проекции:

$$T(x) = H \frac{ds}{dx},$$

в вертикальной:

$$\frac{d}{ds} \left( T(x) \frac{dy}{ds} \right) + q(x) \frac{dx}{ds} = 0. \quad (2)$$

После сокращения  $ds$  и подстановки первого уравнения во второе получим:

$$d \left( H \frac{dy}{dx} \right) + q(x) dx = 0 \quad (3)$$

Простое двукратное интегрирование даёт:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{H} \int_{x=0}^{x=l} q(x) dx$$

$$y(x) = -\frac{1}{H} \int_{x=0}^{x=l} \int q(x) dx dx + C_1 \quad (4)$$

В частности, если  $q(x) = q = const$  :

$$y(x) = -\frac{1}{2} \frac{qx^2}{H} + C_1 x + C_2. \quad (5)$$

Выполнив общепринятую подстановку  $\frac{q}{H} = a$ , получим (см. таблицу 1):

Таблица 1

Уравнения кривой

№	Начальные условия	Уравнение кривой
1	$y(0) = 0, y(l) = 0$	$y(x) = \frac{1}{2} xa(-x+l)$
2*	$y(0) = 0, y(l) = \delta$	$y(x) = -\frac{1}{2} x \frac{(-2\delta H - ql^2 + xalH)}{lH}$

\* В данном случае параметр  $\delta$  соответствует сдвигу направляющей фильеры относительно условно неподвижной базовой (как правило, нижней).

Рассмотрим более общий случай, когда распределённая нагрузка  $q$  является некоторой нелинейной функцией от координаты  $x$ . Практический интерес с точки зрения последующего анализа экспериментальных данных с помощью аппарата полиномиальной и нелинейной регрессии представляют, соответственно, представление  $q(x)$  в виде полинома или тригонометрического полинома.

Анализ результатов измерений бокового профиля деталей, полученных проволочной резкой, показывает, что он адекватно аппроксимируется полиномом не выше 6-ой степени (фактически, статистически значимыми являются коэффициенты при членах степени с первой по четвертую). Отсюда следует, что достаточно рассмотреть случай описания нагрузки полиномом четвертой (или даже второй) степени. При формировании полинома распределённой нагрузки следует учесть, что в фильерах нагрузка отсутствует, то есть имеем дополнительное условие:  $q(0) = q(l) = 0$ .

Указанное условие, очевидно, выполняется при условии разложения полинома на множители, содержащие члены  $x, x-l$ . Тогда модель распределённой нагрузки второй и четвертой степени запишутся как:

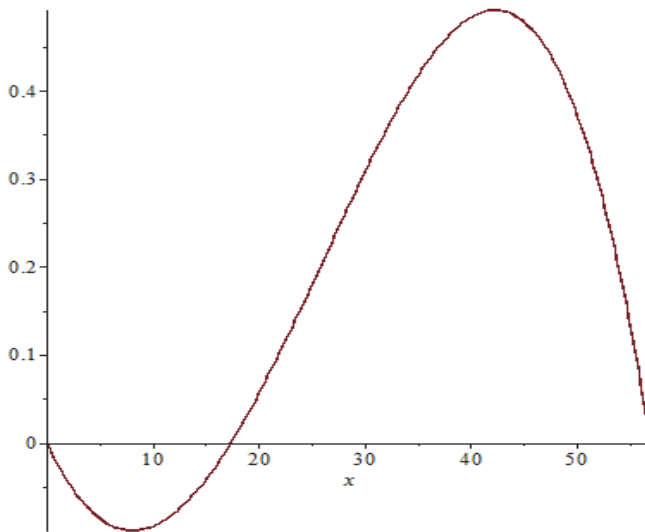
$$q_2(x) = A_1 x(x-l)$$

$$q_4(x) = A_1 x(x-l) (A_2 x^2 + A_3 x + A_4) \quad (6)$$

Для нагрузки в виде полинома второй степени простое интегрирование даёт:  $y(x) = \frac{1}{12} \frac{-A_1x^4 + 2A_1x^3l + 12C_1xH + 12C_2H}{H}$ , а при подстановке нулевых прогибов в фильерах в качестве начального условия, получим (после ряда упрощений):

$$y(x) = -\frac{1}{12} \frac{A_1x(-x+l)(-x^2+lx+l^2)}{H} \quad (7)$$

Полученный результат позволяет предсказать форму бокового профиля детали, зная усилие натяжения проволоки, которое задаётся механизмом перемотки и управляется системой ЧПУ станка и коэффициент интенсивности распределённой нагрузки  $A_1$  — стрелу параболы эпюры нагрузки  $q(x)$  (с учётом некоторого коэффициента уточнения).



**Рис. 3.** Пример расчёта формы нити

Аналогичным образом, интегрируя и упрощая, для полинома 4-ой степени получим:

$$y(x) = \frac{A_1 \left( -\frac{1}{30} A_2 x^6 + \frac{1}{20} (lA_2 - A_3) x^5 + \frac{1}{12} (lA_3 - A_4) x^4 + \frac{1}{6} A_4 l x^3 \right)}{H} + C_1 x + C_2 \quad (8)$$

После подстановки начальных условий (и ряда упрощений) линия нити может быть рассчитана, как (удобнее для машинных расчётов):

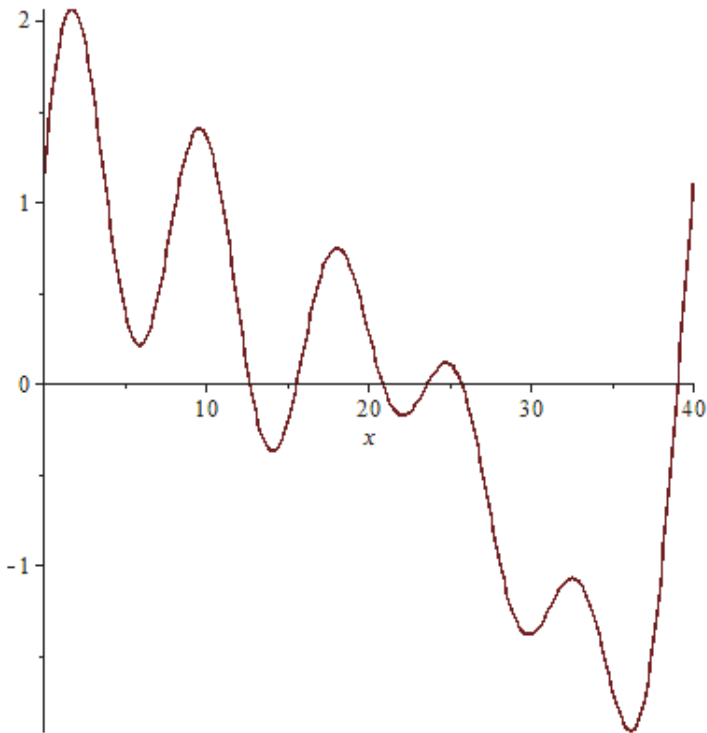
$$y(x) = -\frac{1}{60} \frac{A_1 x (2A_2 x^5 - 3x^4 A_2 l + 3x^4 A_3 - 5x^3 A_3 l + 5x^3 A_4 - 10A_4 l x^2 + l^5 A_2 + 2l^4 A_3 + 5l^3 A_4)}{H}$$

или

$$\begin{aligned}C1 &= -2A2, \\C2 &= lA2 - 3A3, \\C3 &= A2l^2 + 2lA3 - 5A4, \\C4 &= l^3A2 + 2l^2A3 + 5A4l, \\y(x) &= -\frac{A1x(l-x)}{60H} (C1x^4 + C2x^3 + C3x^2 + C4(x+l))\end{aligned}\tag{9}$$

Последняя форма удобнее для расчётов в ручном режиме. Ввиду значительного количества влияющих параметров последняя форма требует отдельного анализа.

В случае если распределённая нагрузка описывается тригонометрическим полиномом по типу:  $qs(x) = \sum_{i=0}^K a_i \sin(\frac{2\pi}{l} xi + \omega_i)$ , в принятых обозначениях, что даёт, например, следующую картину распределения нагрузки на длине в 40 мм для пяти гармоник (см. рисунок 4).



**Рис.4.**Распределение нагрузки для пяти гармоник

Интегрирование даёт:

$$y(x) = \frac{\frac{1}{4} \frac{A_1 l^2 \sin\left(\frac{2\pi x}{l} + W_1\right)}{\pi^2} + \frac{1}{16} \frac{A_2 l^2 \sin\left(\frac{4\pi x}{l} + W_2\right)}{\pi^2}}{H} + \frac{\frac{1}{36} \frac{A_3 l^2 \sin\left(\frac{6\pi x}{l} + W_3\right)}{\pi^2}}{\pi^2} + \dots + C1x + C2 \quad (10)$$

Общий член ряда может быть выписан в форме:  $\frac{1}{(2i)^2} A_i^2 \sin\left(\frac{2\pi}{l} x \cdot i + W_i\right)$ ,

тогда форма кривой нити:

$$y(x) = \frac{l^2}{\pi^2 H} \sum_{i=1}^K \frac{1}{(2i)^2} A_i^2 \sin\left(\frac{2\pi}{l} x \cdot i + W_i\right) + C1x + C2 \quad (11)$$

Для упрощения расчёта постоянных интегрирования примем то же предположение, что и ранее — о равенстве нулю распределённой нагрузки в фильерах, что выполняется автоматически при нулевых фазах  $W$  каждой гармоники. Из предыдущего выражения следует, что при  $x = 0$  и нулевой фазе сумма тригонометрического ряда равна 0, поэтому  $C2 = 0$ . Аналогично прямой подстановкой показывается, что и  $C1 = 0$ .

Итак, форма нити при нагрузке, заданной в виде тригонометрического полинома при условии нулевых поперечных нагрузок в фильерах найдётся в виде:

$$y(x) = \frac{l^2}{\pi^2 H} \sum_{i=1}^K \frac{1}{(2i)^2} A_i^2 \sin\left(\frac{2\pi}{l} x \cdot i\right) \quad (12)$$

Из выражения следует, что нагрузки (с частотой  $\frac{2\pi}{l} i$ ) дают вклад, по амплитуде обратный учетверённому квадрату номера, поэтому удерживать в расчёте более 4–5 гармоник нецелесообразно.

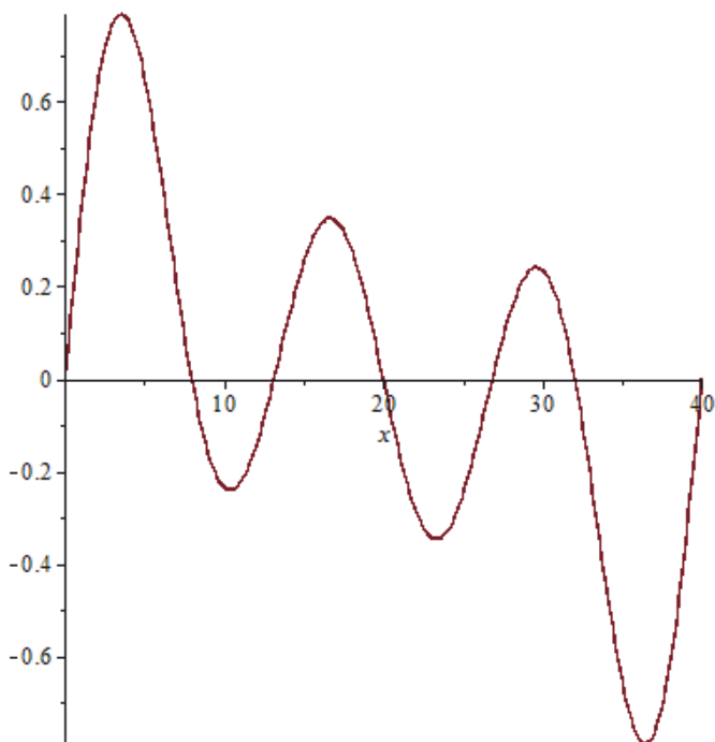
Положим, что амплитуды гармоник с первой по пятую составляют (см. таблицу 2):

Таблица 2

Амплитуды гармоник

№	1	2	3	4	5
Амплитуда	0,2	0,4	0,9	0,4	0,3

Тогда расчётный профиль нити на длине 40 мм и силе натяжения 8 Н примет вид:



**Рис.5.**Расчётная форма электрода-проволоки

### **Выводы**

1. Рассматривается проблема расчёта профиля электрода-проволоки при достаточно общих ограничениях на свойства электрода и прилагаемой нагрузки.
2. Приведены общие и частные решения дифференциальных уравнений, описывающих форму электрода.
3. Выполнен расчёт формы электрода-проволоки при нагрузке распределённой по полиномиальному закону (второй или четвертой степени).
4. Выполнен расчёт для случая, когда распределённая нагрузка описывается тригонометрическим полиномом.

### **Литература**

1. Корн Г. А. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. А. Корн, Т. М. Корн. М.: Наука, 1977. 832 с.
2. Меркин Д. Р. Введение в механику гибкой нити. М.: Наука, 1980. 240 с.

## **CALCULATION OF ERROR IN PROCESSING ELECTROEROSION WIRE CUTTING OUT OF STRAIN ELECTRODE**

*This article is about the problem of calculating the profile of the electrode-wire under fairly general conditions on the properties of the electrode and the applied load. Are general and particular solutions of differential equations that describe the shape of the electrode.*

**Keywords:** wire cutting, EDM, distributed load, curve equation, polynomial, harmonic.

Солнышкин Николай Петрович — профессор кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, канд. техн. наук, доцент.

Самаркин Александр Иванович — доцент кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, канд. техн. наук, доцент, Alex\_Samarkin@mail.ru.

Негина Оксана Витальевна — старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения» ФГБОУ ВПО ПсковГУ, oxana\_neg@mail.ru.

УДК 67.05

*В. Л. Васильев, Е. Н. Иванов, Е. А. Евгеньева*

## **АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ НА МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКАХ**

*Рассматривается математическая модель механизма образования погрешностей при обработке на металлорежущих станках с целью получения аналитических зависимостей влияния входных параметров точности на выходную точность обработанной детали.*

**Ключевые слова:** математическая модель, координатные системы, погрешности, статическая, динамическая настройка.

Обработка по методу обката является наиболее сложной из существующих методов. Образование погрешностей обработки рассматриваем как пространственные перемещения и повороты координатных систем, построенных на деталях, размеры которых являются составляющими звеньями размерной цепи. Замыкающим звеном размерной цепи является относительное положение координатных систем, построенных на режущих кромках инструмента и технологических базах обрабатываемой детали [1, 2].

Первым этапом математического описания процесса образования погрешности обработки является выявление звеньев технологической системы, перемещение и повороты которых непосредственно сказываются на точности детали. Выявление указанных звеньев осуществляется посредством размерного анализа с использованием теории базирования.