

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ПРАГМАТИЧЕСКОГО АСПЕКТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЯЗЫКА

В статье рассматриваются особенности логико-математического языка, специфика перевода содержания на математический язык, роль практико-ориентированных заданий для реализации прагматического аспекта математического языка. Представлены практико-ориентированные задания, составленные на основе сведений из истории родного края.

Ключевые слова: математический язык, формализация, прагматический аспект языка, практико-ориентированные задания.

L. A. Sergeeva

PRACTICE-ORIENTED TASKS AS THE MEANS OF IMPLEMENTING PRAGMATIC ASPECT OF THE MATHEMATICAL LANGUAGE

The article presents some features of the logical mathematical language, the peculiarities of translating the content into the mathematical language, and the role of practice-oriented tasks in implementing the pragmatic aspect of the mathematical language. The practice-oriented tasks presented in the article are made with the reference to the local history material.

Key words: mathematical language, formalization, pragmatic aspect of the language, practical tasks.

Определяя содержание математического образования, приведем слова А. Г. Мордковича: «Математика в школе — предмет не естественнонаучный, а гуманитарный». Математика, в отличие от естественных наук, использует не наблюдение и эксперимент, а дедуктивный метод, что сближает ее с гуманитарными науками.

Называя объекты математики «прекрасными творениями человеческого духа» (Гладкий А. В.), исследователи иногда называют математику наукой о языке, на котором «написана книга природы» (Галилей), или языком для записи явлений и процессов действительного мира.

Математика изучает природу с помощью созданных ею *абстрактных конструкций*, являющихся творениями человеческого разума. Общая черта математики и естественного языка та, что в обоих случаях имеют место системы знаков, физическая природа которых несущественна. Математический язык возник в связи с потребностью при изучении действительности в точных, лаконичных, сжатых и ясных формулировках. Математический язык, благодаря использованию символики, устраняет громоздкость, омонимию естественного языка, расширяет выразительные возможности.

По мнению Л. С. Выготского [1] научные понятия являются надстройкой над «житейскими», преобразуют последние, включая их в систему связей и отношений. На основе «житейских» понятий строятся «семантическое поле», включающее опыт

субъекта познания различных сторон окружающей действительности, его представления, сформированные при изучении других учебных предметов. Каждый математический символ, знак математического языка обозначает понятие, которое в естественном языке выражается словом или словосочетанием. Введение математической символики, демонстрация различия между иконическими знаками и знаками-символами позволяет включить в изучение математических понятий учащимися различные аспекты — исторические, эмпирические, культурологические.

Эта сторона математики не осознается школьниками, они не понимают специфики математических понятий, особенности математической символики. Формальное запоминание системы знаков, формулировок приводит к выхолащиванию из них реального математического смысла, к усвоению школьниками не знания предмета, а «системы фраз» о нем. Внутренняя связь математики и естественного языка предоставляет необходимым преодоление изолированности изучения языковых систем естественнонаучных понятий, установление связей математики с лингвистикой, языкознанием, искусством, историей.

Математический язык сближает с естественным языком то, что они не изучают *непосредственно* действительность, они не дают *непосредственных знаний* об окружающем мире. Естественный язык лишь *форма* существования и выражения мысли о действительности, он изучает лишь то, что исторически создано в ходе общественной практики. Математические конструкции, как и языковые, не являются результатом непосредственного познания мира. Мы познаем мир, «глядя сквозь «сетку» (Л. Витгенштейн)». При этом язык рассматривается как «сетка», как способ репрезентации мира. Академик Л. И. Мандельштам, характеризуя процесс современного естествознания, писал: «Теперь прежде всего стараются угадать математический аппарат, оперирующий величинами, о которых или о части которых заранее вообще не ясно, что они обозначают» [цит. по 9, с. 388].

В отличие от естественного языка, математический язык — не только форма существования мысли, но и орудие познания, *средство познавательной деятельности*, создаваемое математиком-исследователем. От описания конкретных количественных отношений математика перешла к разработке общих схем моделей и исчислений. Под влиянием нового математического аппарата происходит перестройка уже сложившейся теоретической схемы естественных дисциплин.

Символы математики служат для конструирования по определенным правилам языковых выражений-аналогов слов и предложений естественного языка. Так как математический язык является средством познания окружающего мира, то особое значение имеет знание правил структурирования математических выражений. Каждое математическое выражение представляет собой последовательность символов, но не всякая последовательность символов является выражением математического языка, так же, как и не всякая последовательность букв образует слово. Это дает возможность показать связь правил структурирования математического языка с помощью расстановки скобок и средства синтаксического структурирования естественного языка — предлоги, пунктуации, придаточные предложения, смысл (например, «просторные классы и залы», «глубокие моря и горы»).

Прагматический аспект языка связан с отношением знака к познавательной деятельности и общению. Рассмотрение прагматических возможностей математического языка представляет основу для понимания его роли в познавательной дея-

тельности как источника нового знания, как средства познания новых сторон действительности.

Прагматический аспект математического языка реализуется в практике обучения через операцию перевода объективного содержания мысли на математический язык (составлении уравнений и выражений), что характеризует как процесс языкового перевода, так и процесс решения математических задач.

Необходимость осуществления перевода возникает в процессе формализации (перевод с естественного языка на один из математических языков) и вербализации, интерпретации (перевод с математического языка на естественный). Эти процессы составляют основу двух этапов математического моделирования — этапов формализации и перевода результата математического решения задачи на язык исходной задачи. Решение всякой задачи сводится, в сущности, к переводу условия с родного языка на язык алгебраический. Языковые проблемы этих этапов зачастую «выпадают» из рассмотрения в методической литературе.

Трудности перевода связаны не только с необходимостью усвоить определенную совокупность знаковых средств, присущих математике, но и с психологическими особенностями выражения мысли на математическом языке: разные языки, в том числе и математический, отражают объективную действительность посредством различных систем понятийных характеристик [11].

Особенности какого-либо языка, в частности и математического, неотделимы от психологических особенностей мышления на этом языке. «Мысли принимают оттенок наречия, один рассудок обо всем, дух же в каждом языке имеет свою особенную форму, различия ...» (Руссо). Подобно тому, как изучающий иностранные языки должен пытаться думать на этих языках (а не просто обладать способностью механически переводить с одного языка на другие, продолжая мыслить на родном), изучающий математику должен стремиться мыслить на математическом языке.

При составлении уравнений по условию задачи «мы должны меньше внимания обращать на словесную формулировку и сосредоточить свое внимание на смысле этой формулировки. Перед тем, как приступить к математической записи, нам придется по-иному сформулировать условия, все время имея в виду математические средства для записи этой новой формулировки» [5]. Язык математики фиксирует лишь объекты, свойства, отношения, поддающиеся формализации в этом языке, детерминируя то, что в обыденной речи считается естественным.

К примеру, фраза «Исходя из имеющихся данных, Псков впервые упоминается в летописи с 903 года. Москва впервые упоминается в Ипатьевской летописи в 1147 году. Псков старше Москвы», после введения буквенных данных **а** — возраст Пскова и **в** — возраст Москвы, перевода на математический язык термина «старше», непосредственно может быть записана в виде «**а > в**». Фразу «Исходя из имеющихся летописных данных, Псков старше Москвы на **с** лет» нельзя без предварительного переформулирования записать на математическом языке. Как показывает школьная практика, учащиеся часто последнюю фразу «стенографически» записывают математически безграмотно — **а > в** на **с**. Варьирование формулировки с учетом требований алгебраического языка приводит к записи «**а – в = с**» или «**а = в + с**».

Перевод сообщения с естественного языка на один из математических языков развивает у школьников способность использовать различные знаковые системы в

учебной деятельности, видеть единство знаковых систем естественных и искусственных языков, видеть преимущества различных языков для достижения цели познания.

Л. В. Шеншев выделяет два способа перевода сообщения с одного языка на другой [12]. В первом случае перевод осуществляется без обращения к действительности, описываемой высказываниями (знак — знак). Такой перевод мало отличается от перекодирования информации. Во втором случае сообщение соотносится с соответствующим отрезком действительности, после чего сообщение строится заново на втором языке (знак — содержание — знак).

Для реализации прагматического аспекта математического языка в содержание математического образования целесообразно включать задания практико-ориентированного характера. Не вдаваясь в суть дефиниции «практико-ориентированные задания», скажем, что это вид сюжетных задач, смоделированных в виде жизненной ситуации, требующих в своем решении реализации всех этапов метода математического моделирования.

Работая с задачей, ученик

- формулирует задачу в «математических терминах»;
- выделяет из текста необходимые для ответа на вопрос числовые данные;
- «переводит» на математический язык термины естественного языка;
- осуществляет перевод задачи на язык алгебры, записывая выражение или уравнение — аналитическую модель реальной ситуации.

Цель решения таких задач заключается не столько в получении ответа — числа, сколько в присвоении нового, межпредметного или общепредметного знания.

Основные принципы составления практико-ориентированных заданий:

- 1) задание составляется на основе реальной ситуации, которая должна быть интересна учащимся;
- 2) текст необходимо сформулировать на естественном языке, без использования, по возможности, математических терминов;
- 3) в тексте задания не должно быть указаний, какие числовые данные понадобятся для ответа на вопрос;
- 4) некоторые данные для решения задачи учащиеся могут самостоятельно найти в различных источниках.

На наш взгляд, для составления таких заданий целесообразно использовать сведения из истории родного края [4]. Академик Д. С. Лихачёв писал: «Если человек не любит старые улицы, старые дома, бывшие «участниками» его юности, свидетелями исторических, революционных событий, — значит, у него нет любви к своему городу. Если человек равнодушен к памятникам истории своей страны, он, как правило, равнодушен и к своей стране» [3, с. 87].

Приведем примеры практико-ориентированных заданий, которые могут быть использованы при изучении тем «Прямо и обратно-пропорциональная зависимость», «Нахождение числа по доле и доли от числа», «Проценты», «Площадь, единицы измерения площади», «Периметр».

Быт псковичей

«Часть крестьян имели жилую избу без всяких разделений внутри. У более зажиточных крестьян было две избы: одна зимняя — курная, другая летняя — белая, т. е. с дымовой трубой. Обычно такие избы соединялись между собой сенями. Об-

шей размер избы был 3 на 3 сажени, сени достигали длины 2 сажени и ширины 3 сажени. Мебель в доме была самой простой: стол, лавки, лоханки, были, конечно, и печи» [6, стр. 25].

Найдите площадь избы и сеней. Сравните с площадью современной квартиры, современного дома.

В 1757 г. купец Иван Федоров сын Руманинов, сын известных по купчей 1761 г. Федора и Анны, купил у бывшего купца, «объезжика» Псковской пограничной таможи, Григория Андреева сына Поклонного тяглое безоброчное белое место с яблоневым садом по соседству с принадлежавшим ему двором «...в Ботановой улице идучи от Петровской дороги от ц. Покрова богородицы что у Торгу на левой стороне...» Вдоль улицы от двора к Калову заулку, т. е. по направлению к реке Пскове, длина купленного участка составляла 8 саж. 0,5 арш., в длину со стороны двора покупателя — 11 саж. 2 арш., а по противоположной стороне — 17 саж. 1,5 арш. [2, стр. 6].

Каков периметр двора, купленного купцом Иваном Федоровым в 1757 г.?

«Псковский помещик Ефим Васильевич Бухаров, занимающийся опытами по части сельского хозяйства, случайно открыл, что свежий картофель, будучи разрезан на самые тоненькие кружки высушен при помощи солнца или печей, сохраняется долгое время безо всякой порчи. Дальнейшие наблюдения показали, что из четверика или 1 пуда сырого выходит 11,5 фунтов крепко высушенного картофеля, который можно сперва истолочь. А потом смолоть в муку, готовую для употребления в пищу» («Псковские губернские ведомости» 1840 г.). В предложенном помещиком Бухаровым рецепте приготовления картофеля не хватает только соли. И тогда получилось бы любимое всеми нами, особенно детьми, современное лакомство под названием чипсы [6, стр. 21].

Из скольких килограммов сырого картофеля можно было приготовить по рецепту Е. В. Бухарова 75 г, 100 г, 250 г чипсов?

Средневековый Псков

«Одной из важнейших сторон жизни в средневековье было производство соли.

И дело здесь даже не в том, что без соли пища пресна. Самое главное значение соли — её способность консервировать продукты. В те давние времена это был единственный надежный консервант. Новгородская Первая летопись 1233 года сообщает, что когда «быша без мира лето все» и князь Ярослав «не пусти гости во Псков», то соль в городе сильно возвысилась в цене и «купляху по семь гривен берковескъ». Гривной в то время назывался денежный слиток серебра весом около 200 грамм, а берковец мера веса, равная 10 пудам» [7, стр. 169].

Каков «серебряный эквивалент» килограмма соли?

Денежный двор

Псковский денежный двор — один из трех ведущих денежных дворов России. Писцовые книги Пскова 1585–1587 г. свидетельствуют, что Денежный двор находился «в Большом городе надо рвом промежь Трупеховских и Петровских ворот». Начинаясь он на территории современного Кутузовского садика и меньшей стороной, длинной в 40 м, пересекал современную улицу Ленина и большей стороной стоял

вдоль нынешней улицы Некрасова, называвшейся тогда Большой, — по находившемуся вдоль неё Большому торгу. Площадь Двора — 0,204 га. Здесь в 1959 г. при траншейных работах был найден клад из 6782 серебряных монет, датированных не позднее 1608 г. [8].

Какова длина большей стороны Денежного двора, которая стояла вдоль нынешней улицы Некрасова?

На территории нашей области зафиксировано более 70 кладов русских монет 15–17 в., найденных в течение 19–20 столетий. Около 20 кладов поступили в разное время в музей. Наибольшее число псковских денег 1425–1510 г. происходит из клада деревни Кузнечихи Печерского района. Клад в количестве 1200 монет был обнаружен в 1920 г. 0,64 всех монет передали в Таллин, 348 монет осталось у хозяина, а остальные монеты в 1955 г. поступили в музей. В этом кладе находились монеты Псковского денежного двора времени Ивана III, Василия III, периода Вечевой республики [8].

Сколько монет из данного клада передали в Таллин? Сколько монет поступило в музей?

Оборонительная система древнего Пскова

Псков — самая большая каменная крепость в Европе, которая называлась по-русски — Плесков. Кром — это то, что отгорожено, стоит на кромке, длина стен 435 м — 345 м — 88 м. Пять линий обороны.

1 линия обороны — Перси.

2 линия обороны — Довмонтова стена.

3 линия обороны — стена 1309 г. (стена посадника Бориса) не сохранилась, но её фрагменты были найдены на ул. Ленина. Она проходила по северному краю русла высохшей реки Усохи и тянулась от церкви Петра и Павла на берегу реки Псковы до Плоского всхода на реке Великой. Протяженность стены составляла 300 сажен. Её основание, сложенное из валунов, достигало ширины 3,5 метра. Первоначально высота этих стен была невелика, как писали летописцы, «мало выше мужа», то есть чуть больше человеческого роста. Стена представляла собой земляной вал с тыном поверху, но уже через несколько лет его заменили каменным.

4 линия обороны — новое застенье (не сохранилась).

5 линия обороны — стена 1480 года (Окольный город).

Общая протяженность новых стен вокруг Окольного города достигала 5,6 километра, а весь периметр внешних стен составлял 6,8 километра. Если же добавить к внешним стенам и внутренние, то их протяженность составляла более 9 километров, башен и ворот было 40. При этом толщина внешних стен достигала 4–6 метров, а высота 6,5 метра. Площадь города, который они окружали, превысила 211 гектаров. Пожалуй, только Москва могла поспорить с Псковом в мощности, надежности и многочисленности оборонительных сооружений. Псков был одним из самых укрепленных городов не только России, но и всей Восточной Европы [10].

Найдите длину всех стен Крома. Сравните длину стен Крома с длиной стен посадника Бориса, с длиной стен вокруг Окольного города, с периметром внешних стен. Какую часть составляет длина стен Крома от периметра внешних стен города?

Среди возведенных в начале XVI века башен особо выделялась располагавшаяся в юго-западном углу исполинская **Покровская** башня на берегу реки Великой.

Башня уникальна тем, что ее первый ярус вырублен прямо в скале, на которой стоит все сооружение. Поражает диаметр этого великана — 90 метров, большего нет, пожалуй, ни у одной из крепостных башен Северо-Запада России, внутри такой башни можно спокойно развезжать на лошади. Толщина стены в нижней части составляла 6 метров, а в верхней — 3,5 метра. Высота башни, вместе с венчавшим ее шатром, достигала 40 метров. Башня имела 5 ярусов: подошвенный, три надземных и еще один ярус между зубцами. У подножья башни были вырыты слухи — специальные окопы, препятствовавшие минным подкопам; находившийся в них наблюдатель мог издали услышать шум любых подземных работ [10].

Какова площадь основания башни? Сравни длину основания башни по внешней и внутренней стороне.

Открытие подземного хода

В отчетном году В. И. Озелинг продолжал расчистку подземных ходов между Покровской и Свинорской башнями. Ему удалось проникнуть со стороны двора Покровской от Проема церкви в неизвестную до сих пор подземную галерею и расчистить ее в обе стороны: влево, к Баториевому проему, на расстоянии 25 аршин и вправо, к Покровской башне, на 41 аршин. Вышина галереи оказалась 2 аршина 8 вершков, ширина 1 аршин 14 вершков, толщина плитяного свода 13 вершков. Обе ветки галереи упираются своими концами в сплошную плиту. Никаких боковых рукавов или т. н. «слухов» не обнаружено» [5, стр.105].

Найдите длину подземной галереи. Сравни высоту галереи с высотой современного человека.

Карточная система довоенного Пскова

С сегодняшнего дня увеличиваются нормы отпуска хлеба для рабочих. Рабочие индустриальных предприятий вместо 600 г получают 700 г, их иждивенцы — 350 г, рабочие неиндустриальных предприятий — 550 г. Для остальных категорий населения норма прежняя. Цены на хлеб снижены: черный — на 8 % (11,5 коп за кг), белый — на 10 % (18 коп за кг) («Псковский набат», 9 января 1930 г.) [6, стр. 38].

На сколько процентов повысилась норма отпуска хлеба для рабочих? Какова цена хлеба была до снижения?

Включение практико-ориентированных заданий в процесс обучения математике способствует пониманию учащимися прагматического аспекта математического языка, развитию у них способности мыслить на математическом языке, формированию умения применять полученные знания в жизненных ситуациях, видеть преимущества математического языка для достижения цели познания, приучает школьников интересоваться историей малой Родины.

Литература

1. Выготский Л. С. Мышление и речь. 5-е изд, испр. М.: Лабиринт, 1999.
2. Колосова И. О. Древние улицы Пскова: Смолиговка // Псков. Научно-практический, историко-краеведческий журнал. 2004. №21. С. 3–18.
3. Лихачёв Д. С. Земля родная: книга для учащихся. М.: Просвещение, 1983.

4. Остапенко М. В. Практико-ориентированные задания по математике (на примере использования сведений из истории Изборска) / М. В. Остапенко, Л. А. Сергеева // Образование для устойчивого развития в поликультурном пространстве региона: Материалы Международной научно-методической конференции 18–19 апреля 2013 г./: (Пятое Лозинские чтения): В 2-х частях. Часть I. Псков: Псковский государственный университет. 2013. С. 173–178.
5. Пойа Д. Как решать задачу: пособие для учителя. Перевод с английского. М.: Учпедгиз, 1959.
6. Псковские хроники: история Псковского края в документах и исследованиях. Выпуск 1 / Сост. Е. Иванов, А. Тиханов. Псков: Изд. Дом «Стерх», 2001.
7. Псковские хроники: история Псковского края в документах и исследованиях. Выпуск 3 / Сост. Е. Иванов, М. М. Медников. Псков: Изд. Дом «Стерх», 2002.
8. Псковский летописец: краеведческий альманах / Гл. ред. Т. В. Вересова. 2012. № 2 (7). 198 с.
9. Степин В. С. Теоретическое знание. Структура. Историческая эволюция. М.: Прогресс-традиция, 2000.
10. Центральная библиотечная система города Пскова. [Электронный ресурс]: URL: <http://bibliopskov.ru/pskov-tower.htm>
11. Шеншев Л. В. Общие моменты мышления в процессах усвоения математики и иностранного языка // Вопросы психологии. 1960. № 4. С. 9–23.
12. Шеншев Л. В. Опыт семиотического подхода к проблеме взаимосвязей между учебными предметами // Логика и проблемы обучения / Под ред. Б. В. Бирюкова и В. Г. Фарбера. М.: Педагогика, 1977. С. 27–35.