участниками образовательного процесса, позволяет осуществить студентоцентрированный подход к реализации основной образовательной программы, помогает студенту понимать конечную цель своего обучения в вузе и работать над ее достижением, обеспечивает постоянный доступ к различной информации, связанной с реализацией основной образовательной программы, планируемыми результатами, организацией образовательного процесса. Активное и заинтересованное участие студентов в освоении основной образовательной программы в сочетании с современными информационными технологиями позволяет готовить специалистов, отвечающих высоким требованиям рынка труда.

Литература

1. Медведева И.Н., Мартынюк О.И., Панькова С.В., Соловьева И.О. Проектирование вузовской компетентностно-ориентированной основной образовательной программы по направлению «Педагогическое образование». Монография / Серия: Опыт отечественных вузов в области проектирования нового поколения образовательных программ высшего образования. – М.: ИКВО НИТУ «МИСиС», 2011. – 200 с.
2. Медведева И.Н., Мартынюк О.И., Панькова С.В., Соловьева И.О. Дистанционное сопровождение студентов при реализации компетентностно-ориентированных образовательных программ // Вестник Псковского государственного университета. Серия «Естественные и физико-математические науки». Выпуск 2. – Псков: ПсковГУ, 2013. – С.153-167.
3. Медведева И.Н., Мартынюк О.И., Панькова С.В., Соловьева И.О.. Использование информационно-образовательной среды ПсковГУ при реализации образовательных программ //Информатика и образование, №9. ИКТ в образовательном кластере Псковской области. – Москва, 2013. – С.38-41.

О РАЗВИТИИ ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В.Н. Козлов

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Системные принципы методов теории управления должны обеспечивать создание эффективных методов управления, гарантирующих выполнение комплексных требований к процессам управления. Эти требования включают учет ограничений на координаты, управления, энергию, совмещенные с фундаментальными требованиями по условиям устойчивости, оптимальности, грубости и др. Ряд задач синтеза ограниченных допустимых, локально и интервально оптимальных управлений может быть решен в рамках проекционного метода синтеза на основе операторов оптимизации [1-14]. Далее рассматриваются методы синтеза в рамках упомянутого метода на основе развития классов операторов оптимизации, согласованных с целями и задачами управления.

1. Метод экстремальных точек и операторы конечномерной оптимизации [1]. Обобщенные операторы формулируются на основе операторов, аналитически задающих счетное число задач математического программирования, разрешаемых на каждом этапе процесса.

Утверждение 1. Пусть выполнены следующие условия:

1). Заданы задачи условной конечномерной оптимизации: вычислить

$$X_* = \arg\min\left\{\varphi = cX \,\middle|\, AX = b,\ A \in \mathbb{R}^{m\times n},\ rang\ A = m, X^T X \le r^2\right\} \in \mathbb{R}^n,$$
$$X^* = \arg\max\left\{\varphi = cX \,\middle|\, AX = b,\ A \in \mathbb{R}^{m\times n},\ rang\ A = m,\ X^T X \le r^2\right\} \in \mathbb{R}^n. \quad (1)$$

Тогда справедливы утверждения:

1). Условие совместности ограничений задается неравенством $r^2 - b^T\left(AA^T\right)^{-1} b > 0$.

2). Векторы $X_*,\ X^* \in \mathbb{R}^n$, определяющие условные минимум и максимум линейного функционала, имеют вид

$$X_* = X\left(\lambda_*\right) = P_A b - \tilde{P}^0 c \big/ \left(2\lambda_*\right),$$
$$X^* = X\left(\lambda^*\right) = P_A b - \tilde{P}^0 c \big/ \left(2\lambda^*\right),$$

где $\tilde{P}^0 = E - P_A A,\ P_A = A^T\left(AA^T\right)^{-1}$, а $\lambda_*,\ \lambda^* \in \mathbb{R}^1$ – решения уравнения

$$\alpha\lambda^2 + \gamma = 0,\ \alpha = 4\left[b^T (AA^T)^{-1} b - r^2\right],\ \gamma = c^T \tilde{P}^0 c,$$

а операторы $X_* = X\left(\lambda_*\right)$ и $X^* = X\left(\lambda^*\right)$, определяются параметрами:

$$\lambda_* = +\left|\gamma/\alpha\right|^{1/2},\ \lambda^* = -\left|\gamma/\alpha\right|^{1/2}.$$

Операторы минимизации евклидовой нормы задаются соответствующими соотношениями. Основой этих операторов являются операторы для *классических задач*: вычислить векторы

$$X_* = \arg\min\left\{\varphi = \|X - C\|^2, C \ne 0_n \,\middle|\, X \in D\right\},$$
$$X_* = \arg\max\left\{\varphi = \|X - C\|^2, C \ne 0_n \,\middle|\, X \in D\right\},$$

где допустимое множество задано ограничениями типа равенств:

$$D = D^0 \cap D^1 = \left\{X \,\middle|\, AX = b, A \in \mathbb{R}^{m\times n},\ X^T X = r^2\right\} \in \mathbb{R}^n.$$

Утверждение 2. Операторы оптимизации с параметром $\lambda \in \mathbb{R}^1$ для неклассической задачи имеют вид

$$X_3(\lambda) = P_A b + \tilde{P}^0 C/(1+\lambda),$$

где $\tilde{P}^0 C$ и $P^0(C)$ определяются как проекторы на линейное многообразие и соответствующее подпространство. При этом *инварианты операторов* характеризует *квадратное уравнение* для вычисления параметра $\lambda \in \mathbb{R}^1$, корни которого *являются* инвариантами различных форм операторов.

Операторы для неклассических задач имеют вид.

Утверждение 3. Пусть справедливы утверждения 1 и 2. Тогда для задачи (1) оператор допустимых решений представляется в форме

$$X_{доп} = \Phi\left(C, A, b, r^2, \vartheta, \eta\right) = (1-\vartheta) X_{3*} + \vartheta X_3^*, \vartheta \in [0,1],$$

а операторы минимизации и максимизации в силу утверждения 2 имеют вид

$$X_{3*} = P_A b + \tilde{P}^0 C\eta,\ X_3^* = P_A b - \tilde{P}^0 C\eta,\ \eta = \sigma^{-1},\ \sigma = |\alpha/\rho|^{1/2}.$$

2. Обобщенная минимизация нормы на пересечении линейного многообразия и двух шаров евклидова пространства. Рассматривается обобщенная задача минимизации нормы на пересечении линейного многообразия в условиях декомпозиции ограничений на переменные в виде двух шаров. Постановка неклассической задачи оптимизации имеет вид: вычислить вектор

$$x_* = \left(x_{1*}, x_{2*}\right)^T =$$

$$= \arg\min\left\{\varphi(x) = \|x_1 - C_1\|^2 + \|x_2 - C_2\|^2 \mid x \in D = D^0 \cap D^0 \cap D^0 \neq \varnothing,\right.$$

$$D^0 = \left\{x \middle| Ax = A_1 x_1 + A_2 x_2 = b\right\},\ rang\ A = m,\ A_i \in \mathbb{R}^{m\times n_i},\ D^1 = \left\{x_1 \middle| \|x_1\| \le r_1^2\right\},$$

$$D^1 = \left\{x_1 \middle| \|x_1\| \le r_1^2\right\}, D^2 = \left\{x_2 \middle| \|x_2\| \le r_2^2\right\}\Big\} \in \mathbb{R}^{n_1+n_2}.$$

Для решения классической задачи на основе «принципа экстремальных точек» задача (1) представляется в виде, где ограничения-неравенства преобразованы в ограничения-равенства, а функция Лагранжа

$$L = \|x_1 - C_1\|^2 + \|x_2 - C_2\|^2 + \lambda_0^T\left(A_1 x_1 + A_2 x_2 - b\right)$$
$$+ \lambda_1\left(\|x_1\|^2 - r_1^2\right) + \lambda_2\left(\|x_2\|^2 - r_2^2\right).$$

Необходимые условия для функции (2) определены равенствами

$$\partial L/\partial\lambda_0 = Ax - b = A_1 x_1 + A_2 x_2 - b = 0_m,$$
$$\partial L/\partial\lambda_1 = \|x_1\|^2 - r_1^2 = 0,$$
$$\partial L/\partial\lambda_2 = \|x_2\|^2 - r_2^2 = 0,$$
$$\partial L/\partial x_1 = 2\left(x_1 - C_1\right) + A_1^T\lambda_0 + 2\lambda_1 x_1 = 0_{n_1},$$
$$\partial L/\partial x_2 = 2\left(x_2 - C_2\right) + A_2^T\lambda_0 + 2\lambda_2 x_2 = 0_{n_1}.$$

Решения последней системы определяются равенствами

$$x_1 = \left[\left(1+\lambda_1\right) E_{n_1} - \left(\lambda_1 - \lambda_2\right) A_1^T \overline{A}^{-1} A_1 \quad \right]^{-1} \left[\overline{C}_1 + \lambda_2 A_1^T \overline{A}^{-1} b \right] =$$

$$= \left[A_1\left(\lambda_1\right) - R_1\left(\lambda_1, \lambda_2\right) \right]^{-1} \left[\overline{C}_1\left(\lambda_2\right) \right], \; \overline{C}_1\left(\lambda_2\right) = \overline{C}_1 + \lambda_2 A_1^T \overline{A}^{-1} b.$$

$$x_2 = \left[\left(1+\lambda_2\right) E_{n_2} - \left(\lambda_2 - \lambda_1\right)\left(A_2^T \overline{A}^{-1} A_2 \right) \right]^{-1} \left[\overline{C}_2 + \lambda_1 A_{02} b \right] =$$

$$= \left[A_2\left(\lambda_2\right) - R_2\left(\lambda_1, \lambda_2\right) \right]^{-1} \left[\overline{C}_2\left(\lambda_2\right) \right], \; \overline{C}_2\left(\lambda_2\right) = \overline{C}_2 + \lambda_1 A_{02}.$$

в которых использованы обозначения:

$$A_{\lambda_i} = A_i\left(\lambda_i\right) = \left(1+\lambda_i\right) E_{n_i}, \; \tilde{C}_{\lambda_i} = \tilde{C}_i\left(\lambda_2\right) = \overline{C}_i + \lambda_2 A_{0i} b, \; i = 1,2,$$

$$R_{\lambda_1} = R_1\left(\lambda_1, \lambda_2\right) = \left(\lambda_1 - \lambda_2\right) A_1^T \overline{A}^{-1} A_1, \; R_{\lambda_2} = R_2\left(\lambda_1, \lambda_2\right) = \left(\lambda_2 - \lambda_1\right) A_2^T \overline{A}^{-1} A_2.$$

$$\left\|x_i\right\|^2 - r_i^2 = \left\{ \left[A_{\lambda_i} + R_i \quad \right]^{-1} \tilde{C}_i \right\}^T \times \left\{ \left[A_{\lambda_i} + R_i \quad \right]^{-1} \tilde{C}_i \right\} - r_i^2 =$$

$$= \tilde{C}_i^T \left[A_{\lambda_i} + R_i \quad \right]^{-T} \times \left[A_{\lambda_i} + R_i \quad \right]^{-1} \tilde{C}_i - r_i^2 =$$

$$= \tilde{C}_i^T \left[A_{\lambda_i} + R_i \quad \right]^{-1} \times \left[A_{\lambda_i} + R_i \quad \right]^{-1} \tilde{C}_i - r_i^2 =$$

$$= \tilde{C}_i^T \left[A_{\lambda_i} + R_i \right]^{-2} \tilde{C}_i - r_i^2 =$$

$$= \tilde{C}_i^T \left\langle \left[A_{\lambda_i} + R_i \right] \times \left[A_{\lambda_i} + R_i \right] \right\rangle^{-1} \tilde{C}_i - r_i^2.$$

В случае разрешимости полученной системы можно вычислить оптимальные векторы.

Неклассические задачи оптимизации могут быть сформулированы в виде: вычислить вектор

$$x_* = \arg\min \left\{ \varphi\left(X\right) = C_1^T X + \left\|X - C_2\right\|^2 \;\middle|\; x \in D = D^0 \cap D^1 \neq \varnothing, \right.$$

$$\left. D^0 = \left\{ X \middle| AX = b \right\}, \, rang\, A = m, \, A \in \mathbb{R}^{m\times n}, \, D^1 = \left\{ X \middle| \; X^- \le X \le X^+ \right\} \right\}.$$

Множество D^1 в задаче (1) определяется соотношениями

$$D^1 = D_1^1 \cup D_2^1 \in \mathbb{R}^n,$$

$$D_1^1 = \left\{ X_1 \middle| X_1 = X^- + \sum\nolimits_{i=1}^n x_{1i} r_i = X^- + \left(x_1, r\right), \sum\nolimits_{i=1}^n x_{1i} = 1 \right\},$$

$$D_2^1 = \left\{ X_2 \middle| X_2 = X^+ - \sum\nolimits_{i=1}^n x_{2i} r_i = X^- - \left(x_2, r\right), \sum\nolimits_{i=1}^n x_{2i} = 1 \right\},$$

где $r_i = X_i^+ - X_i^-$.

Сформулированная задача может быть решена на основе «метода экстремальных точек» и необходимых условий.

3. Негладкие операторы в релаксационных методах вычисления допустимых решений. Рассматриваются итерационные операторы конечномерной минимизации негладкого типа, определяющие точки минимума функционалов на пересечении линейных многообразий и «минимальных» отсечений параллелепипедов как предельные точки образов операторов проекционного типа. Форма операторов следует из рекуррентной формы операторов вычисления допустимых элементов множества, заданного непустым пересечением линейного многообразия $D^0 \neq \varnothing$ и параллелепипеда $D^1 \neq \varnothing$. Это соответствует методу решения систем равенств, задающих линейные многообразия, и интервальных линейных неравенств. Рассматривается задача: вычислить вектор

$$\bar{x} \in D = \left\{ x \,\middle|\, x \in D^0 \cap D^1 \neq \varnothing \right\},$$

$$D^0 = \left\{ x \mid Ax = b,\ A \in \mathbb{R}^{m \times m},\ rank\, A = m \right\},\ D^1 = \left\{ x \,\middle|\, x^- \leq x \leq x^+ \right\}.$$

Утверждение. Допустимый элемент типа можно вычислить в соответствии с операторно-проекционным рекуррентным соотношением

$$x_{k+1} = P^0 \gamma P^1 \left(x_k \right),\ x_0 = x^0 \in \mathbb{R}^n,\ \ \gamma \in \mathbb{R}^1.$$

где P^0, P^1 – проекторы на линейное многообразие и параллелепипед

$$P^0\left(z\right) = \left[E - A^T (AA^T)^{-1} A \right] \mathrm{z} + (AA^T)^{-1}\, \mathrm{b},$$

$$P^1\left(y\right) = 0{,}5\left(\left| y - x^- \right| - \left| y - x^+ \right| + x^- + x^+ \right).$$

Доказательство проводится на основе принципа сжимающих отображений, уравнения стационарной точки, которая существует в релаксационных методах данного типа для непустого пересечения множеств.

4. Синтез систем управления с заданным убыванием функции Ляпунова [1]. Рассматриваются вопросы синтеза систем локально оптимального управления асимптотически устойчивым линейным объектом с заданным убыванием функции А.М. Ляпунова. Задача синтеза управлений: вычислить

$$u_{k*} = \arg\min \left\{ \left\| x_{k+1} \right\|^2 + \left\| u_k \right\|^2 \,\middle|\, x_{k+1} = Hx_k + Fu_k \in \mathbb{R}^n,\ \left\| H \right\| < 1,\ \Delta V_k \leq -x_k^T Q x, \right.$$

$$\left. V_k = x_k^T P x_k,\ Q = Q_1 + Q_2,\ Q = Q^T > 0,\ x_k^T H^T P H x_k - x_k^T P x_k + x_k^T Q_1 x_k = 0 \right\} \in \mathbb{R}^m,$$

как решение задачи (1) на основе метода Лагранжа.

Решение сформулированной задачи рассматривается на основе уравнения Ляпунова в координатной форме для асимптотически устойчивого объекта управления. Тогда функция Лагранжа примет вид

$$\begin{aligned} L = \left\| x_{k+1} \right\|^2 + \left\| u_k \right\|^2 + \left(\lambda_0, x_{k+1} - Hx_k - Fu_k \right) + \\ + \lambda_1 \left(x_{k+1}^T P x_{k+1} - x_k^T P x_k + x_k^T Q_1 x_k + x_k^T Q_2 x_k \right) + \\ + \lambda_2 \left(x_k^T H^T P H x_k + x_k^T P x_k + x_k^T Q_1 x_k \right). \end{aligned} \tag{2}$$

Из необходимых условий для функции (2) вычисляются управления

$$u_k = -\lambda_1 F^T H^{-T} P x_k + \lambda_1 F^T H^{-T} \left(Q_1 + Q_2\right) x_k = \lambda_1 \left(A + B\right) x_k \in \mathbb{R}^m,$$

где $A = -F^T H^{-T} P$, $B = F^T H^{-T} \left(Q_1 + Q_2\right)$.

Вектор $\lambda_0 \in \mathbb{R}^n$ определяется равенством

$$\lambda_0 = -2\left(E + \lambda_1 P\right)\left(Hx_k + \lambda_1 F\left(A + B\right)x_k\right),$$

где обозначено $K = H^T PF$, $M = F^T PF$, а λ_1 вычисляется из уравнения

$$a\lambda_1^2 + b\lambda_1 + c = 0,$$

$$a = x_k^T \left(A + B\right)^T M \left(A + B\right) x_k,\ b = 2x_k^T K \left(A + B\right) x_k,\ c = x_k^T Q_2 x_k,$$

$$A = -F^T H^{-T} P,\ B = F^T H^{-T} \left(Q_1 + Q_2\right),\ K = H^T PF,\ M = F^T PF.$$

Выше использованы следующие соотношения для параметров

$$2x_k^T K u_k + u_k^T M u_k + x_k^T Q_2 x_k =$$

$$= 2\lambda_1 x_k^T K \left(A + B\right) x_k + \lambda_1^2 x_k^T \left(A^T + B^T\right) M \left(A + B\right) x_k + x_k^T Q_2 x_k = 0.$$

Приведенные соотношения определяют локально оптимальное управление и позволяют исследовать свойства замкнутой системы, иллюстрируемые ниже.

Вычислительный эксперимент (выполнен Г.А. Рябовым). Пусть параметры системы равны:

$$H = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 1.0 & 0.5 \end{bmatrix},\ Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ Q_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},\ F = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix},\ x\left(0\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Синтезированные управления позволяют влиять на динамику и характер процессов, в частности, иллюстрируемых на рис. 1.

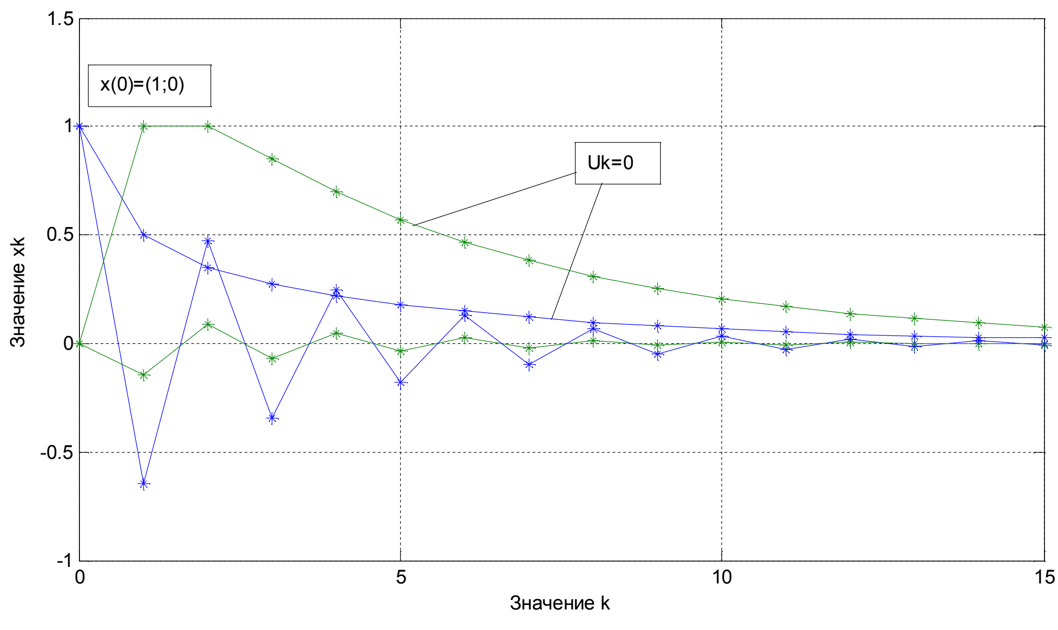

Рис. 1. Динамика системы с заданным убыванием функции Ляпунова

Задача обобщенного синтеза. В дополнение к рассмотренной задаче можно сформулировать задачу синтеза с ограничениями на координаты и управления, обобщающую исходную задачу, а также другие задачи. Характеристика этой задачи синтеза имеет вид: вычислить

$$u_{k*} = \arg\min \Big\{ \|x_{k+1}\|^2 + \|u_k\|^2 \;\Big|\; x_{k+1} = Hx_k + Fu_k \in \mathbb{R}^n, \|H\| < 1, \Delta V_k \le -x_k Q x,$$

$$V_k = x_k^T P x_k, Q = Q_1 + Q_2, Q = Q^T > 0, x_k^T H^T P H x_k - x_k^T P x_k + x_k^T Q_1 x_k = 0 \Big\} \in \mathbb{R}^m,$$

$$\|x_{k+1}\|^2 \le r_x^2, \quad \|u_k\|^2 \le r_u^2.$$

Последняя задача может быть решена на основе методики, использующей совмещение проекционного метода и метода, основанного на необходимых условиях математического программирования.

Таким образом, исследованный аналитический подход к синтезу управлений, обеспечивающий требуемое убывание функции Ляпунова, может быть обобщен на ряд более сложных задач.

Иллюстрируемые системные принципы основаны на проекционных операторах решения задач математического программирования, которые могут использоваться для развития методов теории управления.

Литература

1. Козлов В. Н. Негладкие системы, операторы оптимизации и устойчивость. Изд-во Политехн. ун-та. ВПб.: 2012. – 170 с.

2. Козлов В. Н. Системный анализ, оптимизация и принятие решений. М.: Изд-во «Проспект», 2010, 2012, 2013. – 170 с.

3. Козлов В. Н. Функциональный анализ (с приложениями в энергетике). СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. 2012. – 461 с.

4. Козлов В. Н. Управление энергетическими системами. Изд-во Политехн. ун-та. СПб.: 2006.

5. Козлов В. Н. К аналитическому решению систем линейных алгебраических неравенств // Автоматика и телемеханика, 1989. № 4. с. 101-104.

6. Козлов В. Н. К устойчивости систем алгоритмического управления // Автоматика, Киев. 1989, № 4.

7. Козлов В. Н. Операторы минимизации линейных и негладких функционалов на компактных множествах // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, N 1(165), 2013. С. 164-170.

8. Козлов В. Н. Операторы минимизации нормы на компактных множествах евклидова пространства // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, N 3 (167), 2013.

9. Козлов В. Н. Синтез управлений крупномасштабными объектами на основе операторов оптимизации // Материалы 6-й Всероссийской мультиконференции «Проблемы управления», т. 3, Изд-во Южного федерального ун-та, Ростов-на-Дону. 2013. С. 195-197.

10. Козлов В. Н. Локальная оптимальность и устойчивость системы ограничения перетоков активной мощности по линиям энергообъединений // Изв. РАН. Энергетика. 2014. № 2.

11. Козлов В. Н. Управление частотой и перетоками активной мощности электроэнергетических объединений с учетом энергетической безопасности // Известия РАН. Энергетика, 2012, № 3.

12. Козлов В. Н., Тросько И. У. Математические модели хаотической динамики управления электромагнитными процессами электроэнергетических объединений // Сборник трудов международной научной конференции «Высокие интеллектуальные технологии образования и науки». Изд-во Политехн. ун-та. СПб.: 2011.

13. Козлов В. Н., Тросько И. У. Структурный критерий для анализа и регуляризации хаотических режимов в сложных динамических системах. Сб. «Фундаментальные исследования в национальных исследовательских университетах». Изд-во Политехн. ун-та. СПб.: 2011.

14. Козлов В. Н. Устойчивость динамических систем с операторами минимизации. Сборник трудов 5 Четаевской конференции. Казань. Изд-во Казанского национал. иссл. ун-та (КАИ). 2012.

ТЕНЗОРНЫЕ СТРУКТУРЫ КАК МЕТОД ИННОВАЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Г.П. Чудесова
Институт бизнеса и права, Санкт-Петербург

Задачи преодоления экономического кризиса и безусловного проведения экономических реформ требуют новых подходов к формированию отношений рыночного типа между промышленными предприятиями, обеспечивающих эффективное выполнение принятых законов и последовательный переход к развитию на основе использования экономических, финансовых и договорных рычагов. В этих условиях особую актуальность приобретают проблемы преобразования организационных систем и структур управления предприятиями. В данной статье предлагается методический аппарат, способный ускорить, сделать планомерным и систематизированным процесс адаптации наукоемких предприятий к системе эффективных рыночных отношений.

Поиском путей решения этой проблемы занимались многие исследователи. Их разработки предлагают историю развития организационной структуры крупных научно-производственных комплексов на протяжении длительного периода [1].

Рассматривая построение и функционирование хозяйственных организаций и вопросы теоретического обобщения происходящих в них процессов, следует отметить несколько общепринятых форм построения